

## Овладение когнитивными учебными стратегиями

на занятиях по высшей математике:

построение классификации

*Семенова Н.И., кандидат технических наук,*

*доцент кафедры высшей математики СПбГЛТУ,*

*старший методист ГБОУ средняя школа 16, Санкт-Петербург*

Внедрение в образовательный процесс компетентного подхода обусловлено, в первую очередь, доступностью и огромным объемом информации, образующейся в современном обществе, а также быстрым ее устареванием. Для успешной социализации в мире высоких технологий человеку уже недостаточно просто обладать некой информацией, ему нужно уметь ее получать, преобразовывать и постоянно следить за ее изменениями.

Обеспечивает такое умение наличие **учебно-познавательной компетенции**, то есть способности и готовности личности к учебно-познавательной деятельности.

**Учебно-познавательную деятельность** рассматривают как специально организуемое самим обучаемым или извне познание с целью овладения богатствами культуры, накопленной человечеством. Ее предметным результатом являются научные знания, умения, навыки, формы поведения и виды деятельности, которыми овладевает обучаемый [4]. Рефлексивный характер учебно-познавательной деятельности предполагает, что она направлена не просто на приобретение новых знаний, но и на сам процесс их получения.

В связи с переходом на деятельностную парадигму образования преподавателям высшей школы приходится по-новому организовывать как аудиторную, так и самостоятельную работу студентов.

Наличие аттестата о среднем образовании должно свидетельствовать о сформированности у будущих первокурсников учебно-познавательной компетенции определенного уровня, но, как показывает реальная действительность, имеющиеся у них навыки требуют дальнейшей «шлифовки». Одной из задач учебных предметов базового цикла, в частности, высшей математики для технических ВУЗов, является овладение студентами **учебными стратегиями** – устойчивым комплексом действий, целенаправленно организованных субъектом для решения различных типов учебных задач [3].

Учебные стратегии разделяются на **когнитивные** (входящие в них учебные действия направлены на обработку и усвоение информации) и

**метакогнитивные** (организующие и управляющие учебно-познавательной деятельностью). К когнитивным учебным стратегиям относят **повторение**, **элаборацию** (разработку) и **организацию** [3]. В последнюю группу действий входит построение классификаций.

Правильно составленная классификация дает возможность быстрее найти закономерности развития изучаемых объектов, демонстрирует внутренние связи между ними, помогает ориентироваться в большом количестве информации, облегчая процесс изучения предметов и явлений окружающего нас мира, служит основой для обобщающих выводов.

Под **классификацией** обычно понимают распределение предметов какого-либо рода на взаимосвязанные классы согласно наиболее существенным признакам, присущим предметам данного рода и отличающим их от предметов других родов, при этом каждый класс занимает в получившейся системе определенное постоянное место и, в свою очередь, делится на подклассы [2].

В первой части определения описан процесс построения классификации (выделение существенных признаков, описание взаимосвязанных классов, распределение предметов по заданным классам), а вторая явно говорит о характеристике полученного результата. Стоит подчеркнуть, что следует различать процедуру построения классификации, саму классификацию как конечный продукт и процедуру ее использования, то есть классифицирование.

Для правильного построения классификаций преподавателю в первую очередь необходимо обучить своих студентов всем правилам деления объема понятия [1]:

1) **В одной и той же классификации необходимо применять одно и то же основание.** Например, *системы линейных уравнений бывают однородные и неоднородные (основание – наличие свободных членов в уравнениях)*. В противном случае перекрещиваются объемы понятий, выражающих члены деления. Это происходит, например, когда обучающиеся используют сразу несколько оснований для классификации: *векторы бывают коллинеарные и неколлинеарные, равные и неравные (основания – направление вектора и его длина)*.

2) **Объем членов классификации должен равняться объему классифицируемого класса (соразмерность деления).** Например, *интегралы бывают собственные и несобственные*. Нарушения этого правила обучающимися приводят либо к неполному делению (*функции делятся на четные и нечетные; не рассматривается подкласс функций общего вида*), либо к делению с лишними членами (*функции делятся на четные, нечетные, периодические и общего вида; лишний подкласс – периодические функции*).

3) **Члены классификации должны взаимно исключать друг друга.** Это правило тесно связано с двумя предыдущими и означает, что ни один из них не должен входить в объем другого класса, так как подобные

классификации отличаются расплывчатостью (*матрицы делятся на квадратные, диагональные, единичные и треугольные*).

4) **Подразделение на подклассы должно быть непрерывным.** В делении не должно быть скачков, например: *интегралы бывают определенные и неопределенные, собственные и несобственные*. Необходимо брать ближайший подкласс и не перескакивать в более отдаленный подкласс. В данном случае правильно было сказать: *интегралы бывают определенные и неопределенные; определенные интегралы, в свою очередь, делятся на собственные и несобственные*.

В процессе обучения приему классификации обучающимся можно предлагать следующие типы заданий.

1. Поиск основания для готовой классификации. *По какому принципу уравнения разделены на три группы? (Уравнения кривых второго порядка: (1) уравнения эллипса, (2) уравнения гиперболы; (3) уравнения параболы.)*

$$(1) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1, \quad 2(x-3)^2 + 3(y+2)^2 = 6;$$

$$(2) \frac{(x+5)^2}{7} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1, \quad 4x^2 - 3y^2 = 12;$$

$$(3) y^2 = 6x, \quad (y-2)^2 = -4x, \quad x^2 = 3(y+7).$$

2. Деление на группы по заданному основанию. *Распределите пределы на группы по методу решения. (Деление на наибольшую степень (1, 6), домножение на сопряженное выражение (2, 5), применение первого замечательного предела (4, 7), применение второго замечательного предела (3, 8).)*

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 + x}{4x^3 + 2x - 5};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x} - 2}{x-3};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\cos 3x} \right)^{1/x^2};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 7x}{1 - \cos 6x};$$

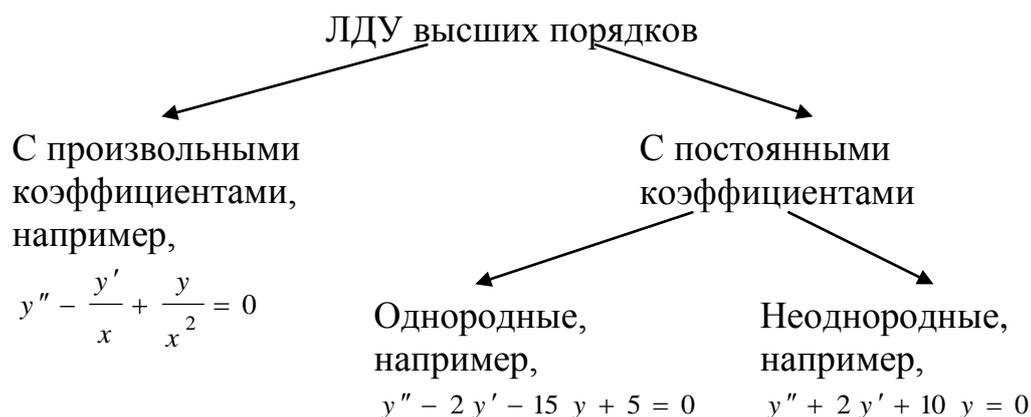
$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{25x^2 + 4x}}{3x - 8};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin 5x}{\ln(1+3x)};$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{4}{x+3} \right)^{x-2}.$$

3. Поиск ошибок в неверно заданной классификации. *Найдите ошибки в приведенной классификации линейных дифференциальных уравнений высших порядков. (Перепутаны примеры однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами; уравнения с произвольными коэффициентами также могут быть однородными и неоднородными.)*



4. Поиск основания и классифицирование по нему. Разбейте условия нарушения непрерывности функции на две группы, назовите основание полученной классификации. (1 тип разрывов:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \in R, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) \in R$ ; 2 тип разрывов:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty$  и/или  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$ ; основание – значение односторонних пределов.)

- (1)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ , значение  $f(a)$  не определено;
- (2)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b, f(a) = c$ ;
- (3)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ , значение  $f(a)$  не определено;
- (4)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = c, f(a) = d$ ;
- (5)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b, f(a) = c$ ;
- (6)  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = -\infty$ , значение  $f(a)$  не определено.

5. Поиск различных оснований классификации для одной и той же группы объектов. Разбейте приведенные дифференциальные уравнения на группы по разным основаниям. (Однородные уравнения (1, 2, 4, 5) и уравнения, не являющиеся однородными (3); уравнения в полных дифференциалах (1, 2, 3) и уравнения не являющиеся таковыми (4, 5).)

- (1)  $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$ ;
- (2)  $(x^2 - y^2)dy + 2xydx = 0$ ;
- (3)  $(1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$ ;
- (4)  $(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0$ ;
- (5)  $(y + x \cos(x/y))dx - xdy = 0$ .

С самого раннего возраста люди знакомятся и учатся работать с различными видами классификаций. В первую очередь они сталкиваются с *естественными* классификациями, разделяющими класс на подклассы на основании существенного признака, в связи с чем усваивают понятия «род», «вид» и «родовидовое соотношение».

Самыми простыми в этом случае являются *дихотомические* классификации, когда объем делимого понятия распределяется на два противоречащих понятия (см. рис.1). Например, *ряды бывают сходящиеся расходящиеся; функции делятся на периодические непериодические.*

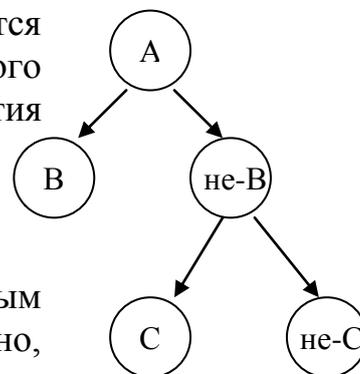


Рис.1

Дихотомическое деление является легко усвояемым приемом и очень удобно: всегда соразмерно, производится по одному основанию и члены деления исключают друг друга.

Однако дихотомическое деление применимо далеко не всегда. Во-первых, членов деления естественным образом может оказаться более двух. Во-вторых, в случае деления понятий с «размытым» объемом классификация может оказаться «обедненной».

Таким образом, естественные классификации чаще всего бывают *иерархическими*, с многоуровневой структурой. Серьезными преимуществами таких классификаций являются большая информационная емкость и высокая степень наглядности, благодаря графическому представлению в виде *дерева* (например, рис.2). Однако и недостатки у них также имеются: при изменении состава объектов и их характеристик требуется порой полная переработка всей классификационной схемы; кроме того, дерево может оказаться достаточно громоздким для изображения.

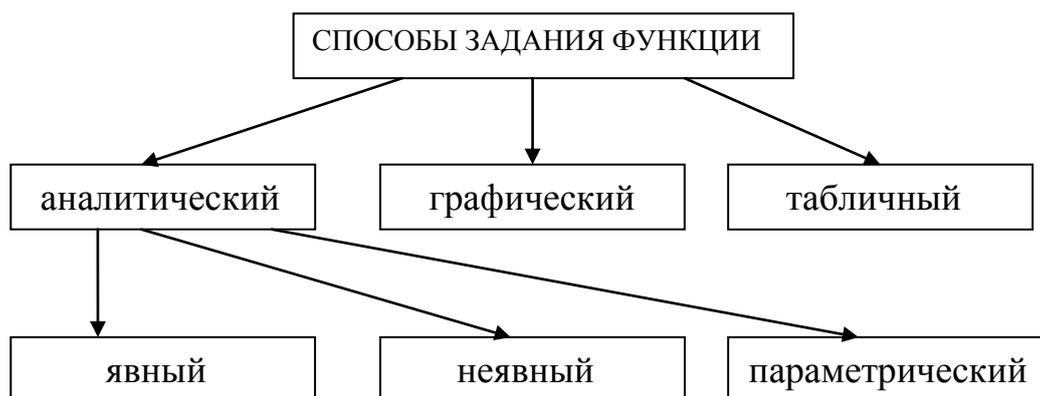


Рис.2

В средней школе в процессе обучения работе с различными информационными источниками учащиеся знакомятся с *формальными* классификациями: *алфавитной, предметной* и их сочетаниями. Такие

классификации осуществляются на основании несущественных признаков объектов и служат для облегчения поиска нужной информации в предметно-именных указателях, энциклопедиях, словарях и т.д. Освоение этих видов классификаций позволяет в дальнейшем успешно ориентироваться в справочной литературе.

Еще более сложным видом является **фасетная** классификация, которая подразумевает деление объема понятия сразу по нескольким существенным признакам. Несмотря на сложность построения такой классификации, удобно представлять ее в виде **таблицы с двойным входом** (перекрестная репрезентация). Принцип составления такой таблицы состоит в следующем: класс, находящийся во внутренней ячейке таблицы, представляет собой пересечение класса, находящегося слева на той же строке, и класса, находящегося вверху того же столбца. Например, при обобщении темы «Свойства функции одной переменной» можно предложить студентам заполнить таблицу с двумя входами (таблица, приведенная ниже, уже заполнена примерами).

<b>функция</b>	периодическая	непериодическая
четная	$y = \cos x$	$y = x^2$
нечетная	$y = \sin x$	$y = x^3$
общего вида	$y = \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{6} \right)$	$y = 2^x$

Фасетную классификацию удобно использовать для исследования таких «объемных» понятий, как «функция», «уравнение», «последовательность», поскольку структура ее обладает большой гибкостью.

Например, при построении графика функции одной переменной необходимо первоначально описать эту функцию, пользуясь фасетной классификацией:

- четная, нечетная, общего вида;
- периодическая, непериодическая;
- монотонная, не являющаяся монотонной;
- непрерывная, имеющая разрывы.

В рамках самостоятельной работы с теоретическим материалом обучающимся можно предлагать задания такого рода:

1. *Изменение имеющейся классификации в связи с добавлением новой информации.* Составив предварительную классификацию на первой лекции

темы, к ней можно отсылать студентов по мере изучения темы для уточнения и дополнения новыми элементами.

2. *Представление одной и той же классификации разными способами.* Использование различных репрезентаций для представления одной и той же классификации выступает способом отделения содержания от формы и является существенным показателем понимания обучающимися конкретной темы. Для примера: приведенную выше иерархическую классификацию линейных дифференциальных уравнений высших порядков (см. поиск ошибок в неверно заданной классификации), исправив ошибки, можно преобразовать в фасетную классификацию в форме таблицы с двойным входом и заполнить ее примерами уравнений.

3. *Самостоятельное составление классификации с преобразованием информации.* В этом случае студентам предлагается самостоятельно прочитать учебную литературу, извлечь необходимую информацию и, пользуясь ей, составить требуемую классификацию. Умение структурировать текст является частью смыслового чтения, включающего в себя достаточно большой набор операций: выделение главного и второстепенного, основной идеи текста, выстраивание последовательности описываемых событий или фактов, использование различных схематических средств, выполняющих функцию логических опор текста.

Подводя итог, можно сказать, что умение составлять классификации как элемент когнитивных стратегий не только способствует формированию профессиональной компетентности обучающегося в ВУЗе, но и содействует развитию его навыков самоорганизации как человека образованного.

#### *Использованная литература:*

1. Гетманова А.Д. Логика: учебник для ВУЗов. – М.: Омега-Л, 2006.
2. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. – М.: Наука, 1975.
3. Современные образовательные технологии: учебное пособие / под ред. Н.В.Бордовской. – М.: КНОРУС, 2013.
4. Хорешман В.С. Теоретические аспекты исследования учебно-познавательной компетенции студентов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – Таганрог, 2010. – №10. – С.141-145.