

Использование технологии ИКТ на уроках математики
Методическая разработка уроков геометрии для учащихся 10 классов

Построение сечений тетраэдра и параллелепипеда

Часть 2

*Павлюков Константин Владимирович,
учитель математики ГБОУ СОШ №27
с углубленным изучением литературы, истории и иностранных языков
Василеостровского района Санкт-Петербурга имени И.А. Бунина,
кандидат физико-математических наук.*

Санкт-Петербург
2014

Цели уроков:

- формирование навыков решения задач на построение сечений;
- формирование и развитие у учащихся логического, образно-пространственного мышления и пространственного воображения;
- формирование у учащихся графической культуры и развитие их математической речи.

Задачи уроков:

- систематизация геометрических понятий и утверждений;
- изучение методов построения сечений многогранников на примере тетраэдра и прямоугольного параллелепипеда;
- закрепление умений и навыков построения сечений различными методами в ходе решения позиционных задач;
- контроль усвоения учащимися знаний и отработка у них умений и навыков в области изучаемой темы.
- воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.
- воспитывать любовь и интерес к изучению математики.

Тип уроков - урок изучения нового материала, формирование у учащихся практических знаний и навыков.

Материальное обеспечение уроков:

- Геометрия. 10-11 классы: учебн. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др.]. – 21-е изд. – М.: Просвещение, 2012.
- Геометрия. Рабочая тетрадь. 10 класс. Пособие для учащихся общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / [Ю./А. Глазков, И.И. Юдина, Ф. Бутузов]. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2011.
- Персональный компьютер с программой Power Point.
- Проектор, широкий экран, доска.

Урок № 1.

Структура урока:

Вид деятельности	Время, мин
1. Организационный момент.	1
2. Проверка домашнего задания (фронтально, ответы на доске).	10
3. Постановка цели урока	3
4. Лекция-беседа по теме: "Построение сечений тетраэдра" (презентация)	28
6. Практикум.	
7. Закрепление материала при решении индивидуальных заданий.	
8. Подведение итогов урока	5
Постановка домашнего задания по уроку № 1.	2

Ход урока:

1. *Организационный момент* (1 мин).

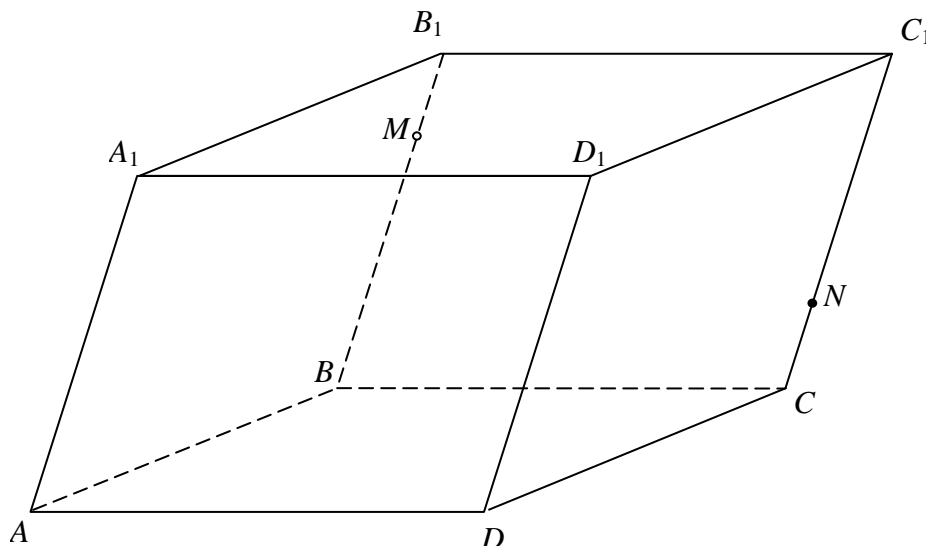
Учитель и учащиеся взаимно приветствуют друга.

2. *Проверка домашнего задания* (фронтально, ответы на доске). № 81, 110. (10 мин).

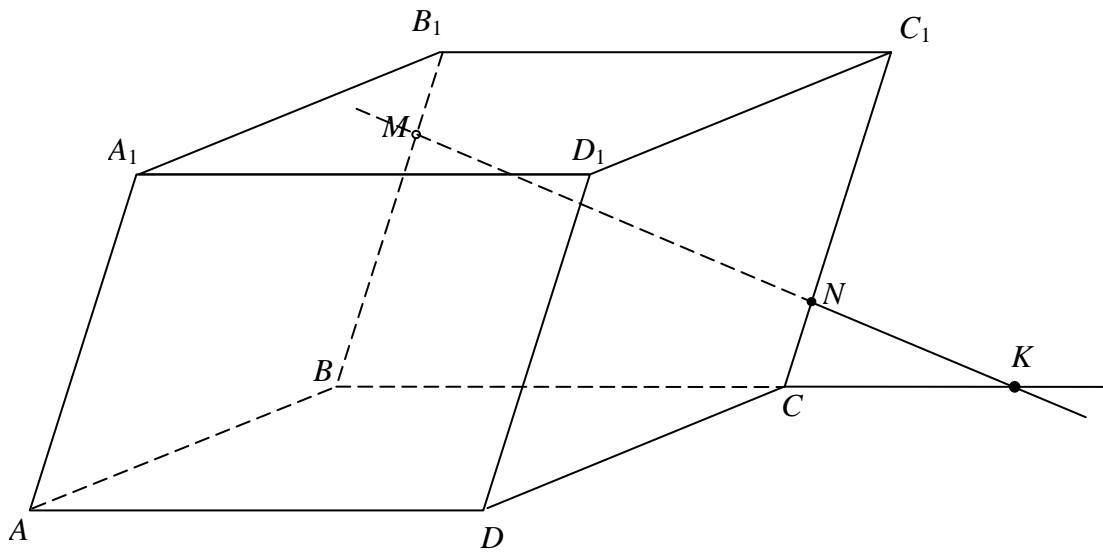
На данном этапе отрабатывается умение отвечающего аргументировать свое решение.

№81 (а)

На доске имеется готовый рисунок:



Ответ учащегося с использованием готового рисунка:



Так как прямые MN и BC (по условию) лежат в одной плоскости и не параллельны, то они пересекаются. Точку пересечения этих прямых назовём K . Эта точка принадлежит плоскости ABC . Следовательно, точка K — точка пересечения прямой MN и плоскости ABC .

Запись решения на доске:

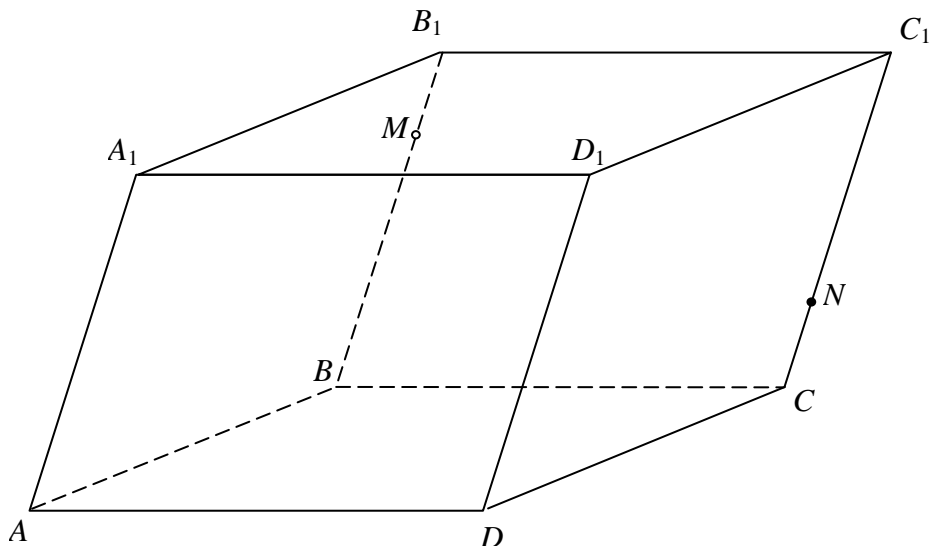
$$1) \left. \begin{array}{l} (MN) \in (B_1BC) \\ (BC) \in (B_1BC) \\ (MN) \text{ не парал. } (BC) \end{array} \right\} \Rightarrow (MN) \cap (BC) = K.$$

$$2) \left. \begin{array}{l} K \in (BC) \\ (BC) \in (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow K \in (ABC), \quad \left. \begin{array}{l} K \in (ABC) \\ K \in (MN) \\ (MN) \notin (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow K = (MN) \cap (ABC).$$

Деятельность остального класса в это время: слушают рассказ решения задачи, корректируют свои записи.

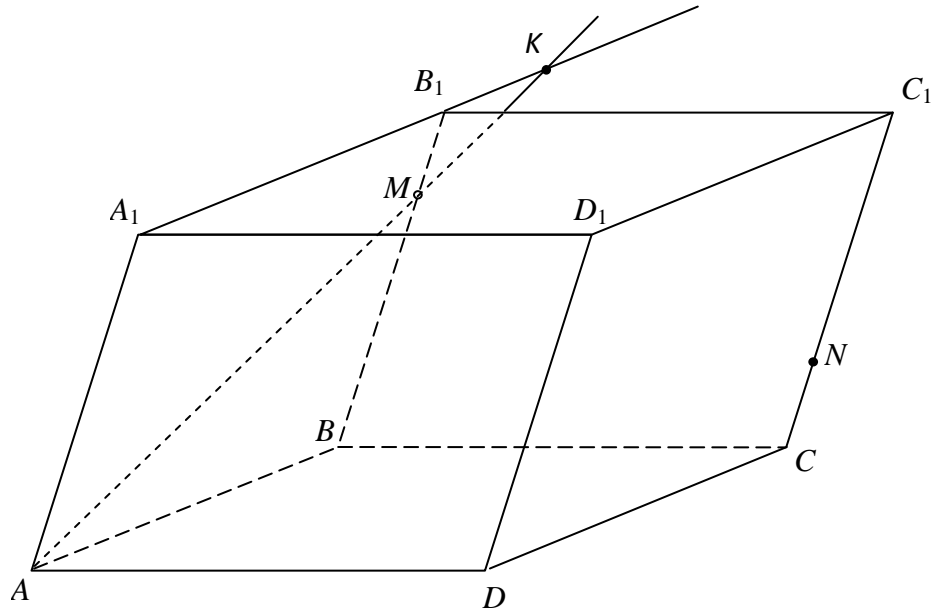
№81 (б)

На доске имеется готовый рисунок:



Ответ учащегося с использованием готового рисунка:

Так как прямые AM и A_1B_1 (по условию) лежат в одной плоскости и не параллельны, то они пересекаются. Точку пересечения этих прямых назовём K . Прямая A_1B_1 лежит в плоскости $A_1B_1C_1$. Поэтому точка K принадлежит плоскости $A_1B_1C_1$.



Следовательно, точка K — точка пересечения прямой AM и плоскости $A_1B_1C_1$.

Запись решения на доске:

$$1) \left. \begin{array}{l} (AM) \in (AA_1B_1) \\ (A_1B_1) \in (AA_1B_1) \\ (AM) \text{ не парал. } (A_1B_1) \end{array} \right\} \Rightarrow (AM) \cap (A_1B_1) = K.$$

$$2) \left. \begin{array}{l} K \in (A_1B_1) \\ (A_1B_1) \in (A_1B_1C_1) \end{array} \right\} \Rightarrow K \in (A_1B_1C_1), \quad \left. \begin{array}{l} K \in (A_1B_1C_1) \\ K \in (AM) \\ (AM) \notin (A_1B_1C_1) \end{array} \right\} \Rightarrow K = (AM) \cap (A_1B_1C_1).$$

Деятельность остального класса в это время: слушают рассказ решения задачи, корректируют свои записи.

Задачу № 110 из домашнего задания проверить так: спрашиваемый учащийся должен сформулировать основную идею доказательства — известный факт (стр. 21, 1°), что диагонали противоположных граней параллелепипеда параллельны.

3. Постановка цели урока. (3 мин)

Учитель сообщает учащимся цели текущего урока.

Учитель: «Мы с раннего детства сталкиваемся с сечениями. Отрезаем кусок хлеба, разрезаем напополам яблоко, масло, пилим доски или дрова. Секущей плоскостью является нож, пила. На практике мы рассекаем данный предмет на две части, которые можем рассмотреть отдельно друг от друга. Сечением в таких случаях является фигура, которую мы видим на срезе предмета.

При построении сечений нужно помнить, что сечением выпуклого многогранника является выпуклый многоугольник, вершины которого в общем случае являются точками пересечения секущей плоскости с ребрами многогранника, а стороны - линиями пересечения секущей плоскости с гранями. *На уроке вам нужно будет научиться строить сечения тетраэдра* плоскостями, проходящими через три заданные точки. Сначала давайте рассмотрим наиболее простые случаи расположения точек для построения сечений. В этих случаях вы сами можете построить сечения».

4. *Лекция-беседа по теме: "Построение сечений тетраэдра". (28 мин)*

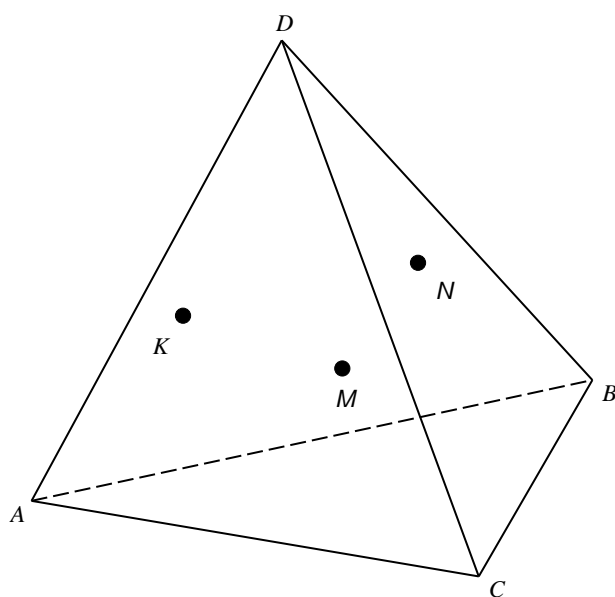
Учащиеся выполняют задания (приложение 1) на раздаточном материале.

Фронтальная проверка выполнения заданий на интерактивной доске или с помощью проектора (приложение 2). Ученики сверяют свои чертежи с правильными, проводят коррекцию.

Комментарий учителя: «Для построения сечений в этих задачах достаточно было соединить точки отрезками, лежащими на гранях тетраэдра. Но бывают случаи, когда это нельзя сделать из-за расположения точек, задающих плоскость сечения. Давайте вместе решим одну такую задачу».

На экране задача презентации № 1.

Точки K и M лежат на грани ADC тетраэдра $ABCD$, а точка N - на грани BDC . Построить сечение тетраэдра плоскостью KMN .



Вопросы ученикам по слайду № 2:

Какие линии следует построить? Какие появились новые точки, принадлежащие сечению? Как их можно использовать? Какие новые линии можно провести, используя эти точки?

Ответы:

Следует провести прямую KM .

Новые точки: точки F и E - точки пересечения прямой KM с ребрами AD и CD соответственно. Эти точки принадлежат искомому сечению.

Соединив точки F и E получим сторону сечения. Проведем прямую EN , получим точку G пересечения этой прямой с ребром BD . Треугольник GEF - требуемое сечение.»

У учеников в тетрадях:

1) $F = (KM) \cap AD$

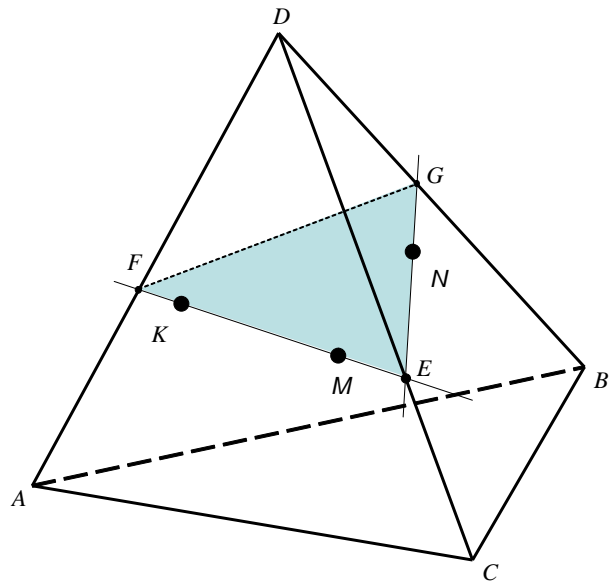
$E = (KM) \cap CD$

2) $G = (EN) \cap BD$

FG

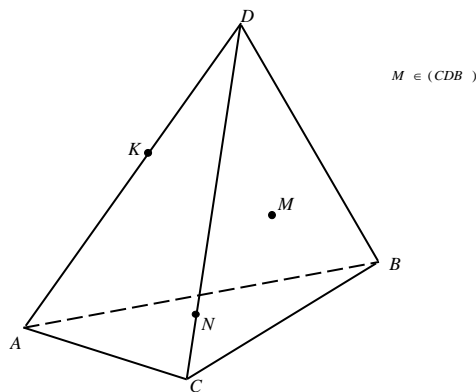
3) $\triangle GEF$ - требуемое сечение.

Учитель: «Рассмотрим теперь несколько более интересных и сложных случаев. Они изображены в следующих заданиях (приложение 3)».



На экране – презентация № 2.

Задание: построить сечение тетраэдра $ABCD$ плоскостью (KMN) , если точки K и N лежат на ребрах AD и CD соответственно, а точка M - в плоскости (DBC) .



Вопрос: можно ли на гранях тетраэдра провести прямые, проходящие через точки K, N, M ?

Вопросы к ученикам по второму слайду:

Какие новые точки лежат в плоскости сечения? Почему? Какие из полученных отрезков принадлежат искомому сечению? Какие точки нужно соединить, чтобы завершить построение сечения?

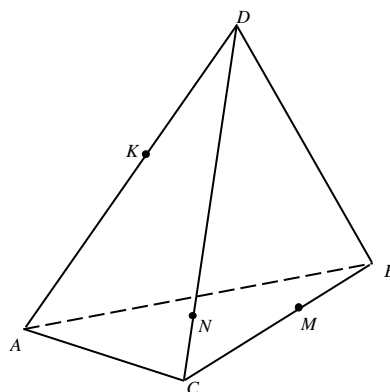
Ответы: точка L – точка пересечения прямой MN и ребра DB . Так как принадлежит прямой MN , лежащей в плоскости сечения по условию. Отрезки KN , NL . Нужно соединить точки K и L .

Комментарий учителя к задаче: «Как вы видите, для решения этой задачи необходимо было найти (построить) недостающий элемент – точку. После этого задача свелась к простейшей. В следующей задаче идея решения та же (найти недостающий элемент), а способов решения может быть несколько».

У учеников в тетрадях записи со слайдов презентации.

На экране – презентация № 3.

Задание: построить сечение тетраэдра плоскостью (KMN).



Вопрос: какие отрезки, принадлежащие искомому сечению можно построить?

Работа со слайдом № 7 презентации № 2. Учитель: «Рассмотрим ещё одно решение этой задачи. Построим прямые KN и AC . Так как они лежат в одной плоскости ADC и не параллельны по условию, то точка их пересечения, точка E , тоже будет лежать в плоскости сечения и, кроме того, в плоскости. Следовательно, прямая EM тоже принадлежит плоскости сечения и плоскости основания тетраэдра. Недостающая точка L – точка пересечения прямых EM и AB . Соединив отрезками точки K , N , M , L , получим требуемое сечение.»

Подведение итогов урока, обсуждение результатов. (5 мин)

Учитель: «Скажите, что было нового для вас сегодня на уроке? Что нового узнали, попробовали сделать? Использовали ли вы какие-нибудь известные приёмы при построении сечений тетраэдра?»

Учащиеся высказывают свои мнения, рассказывают о том, что делали, что получалось.

Учитель: «На данном этапе вы убедились, что можете строить сечения тетраэдра в простых случаях. Также вы познакомились с тем, как применяются известные вам приёмы для построения сечений. Следующий этап – вам нужно обязательно самим попробовать решить аналогичные задачи».

Постановка домашнего задания по уроку № 1. (2 мин)

Домашнее задание:

- 1) Прочитать п.14 на стр. 127, разобрать решение задач 1, 2, 3.
- 2) Решить задачи № 29, 31 на стр. 22, 23 в рабочей тетради.
- 3) Решить задачу № 72 на стр. 29 из учебника.
- 4) По желанию учащегося. На отметку можно создать презентацию решения любой задачи из домашнего задания. В презентации должен быть показан процесс построения сечения.

Урок № 2.

Структура урока:

Вид деятельности	Время, мин
1. Организационный момент.	1
2. Проверка домашнего задания (фронтально, ответы на доске).	10
3. Постановка цели урока	2
4. Практикум.	10
5. Закрепление материала при решении индивидуальных заданий.	15
6. Подведение итогов урока.	5
7. Постановка домашнего задания по уроку № 2.	2

Ход урока:

1. *Организационный момент* (1 мин).

Учитель и учащиеся взаимно приветствуют друга.

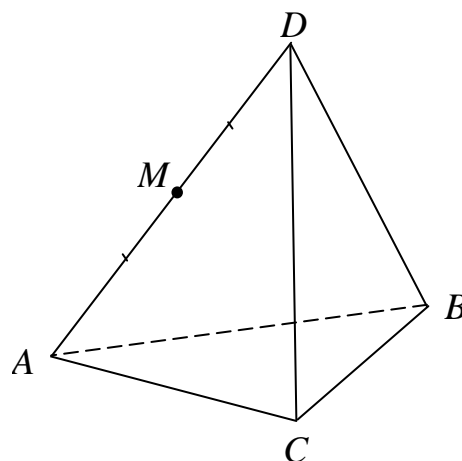
2. *Проверка домашнего задания* (фронтально, ответы на доске).

№ 72. На данном этапе отрабатывается умение отвечающего аргументировать свое решение, остальные – внимательно слушать научную речь.

№72 (а)

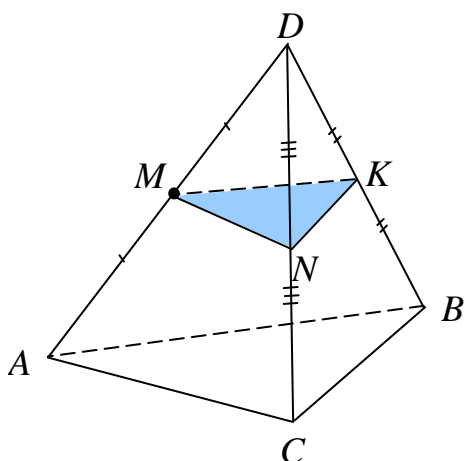
На доске имеется готовый рисунок:

Ученик: «Через точку M нужно провести плоскость сечения, параллельную плоскости основания ABC . Пусть точки N и K - точки пересечения секущей плоскости с прямыми DC и DB соответственно. Так как плоскость сечения параллельна плоскости основания, то, по свойству параллельных прямых 1° (учебник, стр. 21), прямые MN и MK параллельны плоскости ABC . Получается, что отрезок MN параллелен основанию AC треугольника ADC и проходит через середину боковой стороны AD . Следовательно, MN - средняя линия треугольника ADC , а точка N - середина стороны DC . Аналогично, отрезок MK - средняя линия треугольника ADB , а точка K - середина стороны DB . Тогда, треугольник MNK - требуемое сечение.»



На доске

На доске и в тетражах

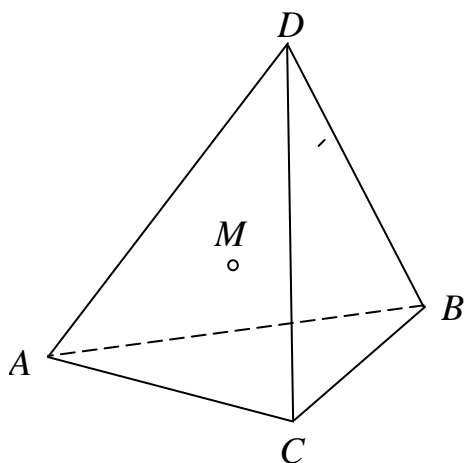


$$(MNK) \parallel (ABC) \Rightarrow (NM) \parallel (ABC), (MK) \parallel (ABC)$$

$MN \parallel AC$
 $MK \parallel AB$
 $\Rightarrow MN, MK$ - средние линии
 треугольников ADC и ADB .
 Треугольник MNK - требуемое сечение.

№72 (б)

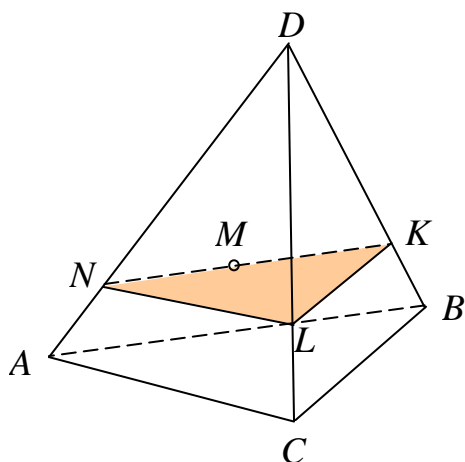
На доске имеется готовый рисунок.



Ученик: «Через точку M в плоскости ADB проведём прямую параллельно прямой AB . Точки N и K - точки пересечения этой прямой с рёбрами AD и BD соответственно. Получили прямую NK , лежащую в плоскости ADB , параллельную AB . Выберем любую из точек N и K , например K , и проведём через неё прямую KL параллельно прямой CB . Так как пересекающиеся прямые NK и KL по построению параллельны двум пересекающимся прямым AB и CB плоскости ABC , то плоскость NKL

тоже параллельна плоскости ABC по известной теореме (учебник, стр. 20). Таким образом, треугольник NKL – искомое сечение.»

На доске



На доске и в тетрадах

Построим:

$M \in (NK)$, $N \in AD$, $K \in DB$, $(NK) \parallel (AB)$
 $L \in DC$, $(KL) \parallel (BC)$.

Получаем: $(NKL) \parallel (ABC)$.

Треугольник NKL – искомое сечение.

Деятельность остального класса в это время: слушают рассказ решения задачи, корректируют свои записи.

Проверка решения задач № 29 и 31 из рабочей тетради осуществляется следующим образом. Вызываются по очереди три ученика. Первый ученик читает по своей рабочей тетради решение задачи № 29. Остальной класс в это время его слушает, проверяет свои решения и корректирует в необходимом случае.

Правильные ответы к задаче 29 в нужной последовательности: (ASC) , в плоскости ASC , AS , точке M , (BSC) , BS в точке N , четырёхугольник $PKMN$.

Второй вызванный ученик рассказывает решение задачи № 31(а) из рабочей тетради. Ответ с места, к доске выходить не нужно. Деятельность остального класса в это время: слушают рассказ решения задачи, корректируют свои записи.

Правильные ответы к задаче № 31(а) в нужной последовательности: MNL , прямой LA , прямой KA , треугольник AKL .

Третий вызванный ученик рассказывает решение задачи № 31(б) из рабочей тетради. Ответ с места, к доске выходить не нужно. Деятельность остального класса в это время: слушают рассказ решения задачи, корректируют свои записи.

Правильные ответы к задаче № 31(б) в нужной последовательности: EF и EO – средние линии треугольников KLM и ALM соответственно, а LK , LA – основания; LKA ; признаку параллельности двух плоскостей (стр.20 учебника); LKA параллельны; равны отношения сторон $\frac{EF}{LK} = \frac{FO}{KA} = \frac{OE}{AL}$;

$$\frac{1}{2}; \quad \frac{EF}{LK} = \frac{1}{2};$$

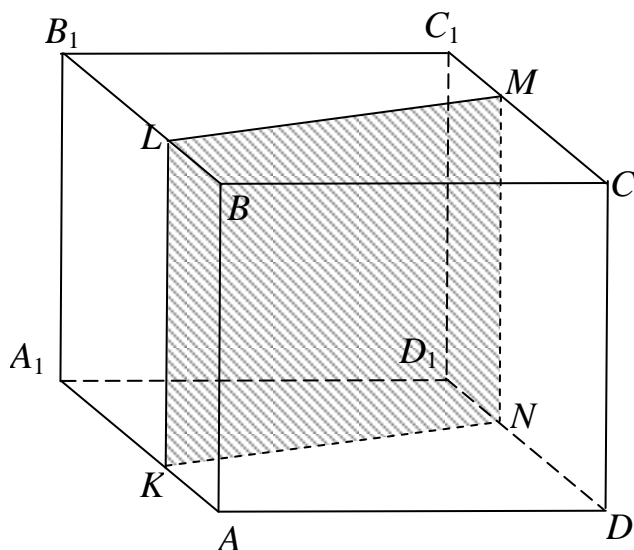
$$\frac{1}{4}; \quad 4S_{LAK}; \quad 4 \cdot 24; \quad 96.$$

Проверка теоретического материала п. 14 на стр. 27 учебника.

На экране изображение сечения параллелепипеда.

Учитель: «Что можно сказать о взаимном расположении отрезков KL и NM , LM и KN ?»

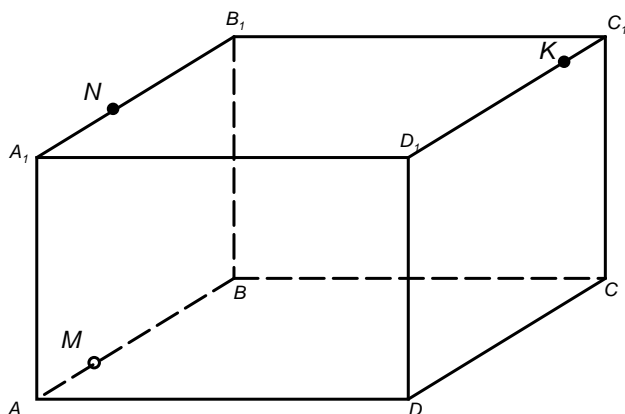
Ответы учащихся: « KL и NM параллельны. LM и KN параллельны.»



Учитель: «Рассмотрим сечение плоскостью ABM . Назовите отрезки из которых состоит сечение. Назовите параллельные отрезки в этом сечении. Равны ли эти отрезки?» Ответы учащихся: «Сечение состоит из отрезков KL , LM , MN , NK . KL и NM параллельны и равны. LM и KN параллельны и равны.»

На экране презентация.

Построить сечение плоскостью, проходящей через выделенные точки M , N , K .



Вопрос учителя ко второму слайду: «Какие точки нужно соединить для построения сечения?»

Ответ учащихся: «Точки M , N и K .»

Вопросы учителя к третьему слайду: «Что нам известно про линии пересечения секущей плоскости MNK с гранями $ABCD$ и CC_1D_1D ? Как можно построить эти линии?»

Ответы учащихся: «Линией пересечения плоскости MNK с гранью $ABCD$ будет отрезок, параллельный отрезку NK . Линией пересечения плос-

кости MNK с гранью CC_1D_1D будет отрезок, параллельный отрезку MN и проходящая через точку K . Чтобы построить эти линии, нужно построить отрезок $KL \parallel NM$. Отрезок ML будет параллелен NK , т.к. они принадлежат линиям пересечения двух параллельных плоскостей ABC и $A_1B_1C_1$ третьей MNK .»

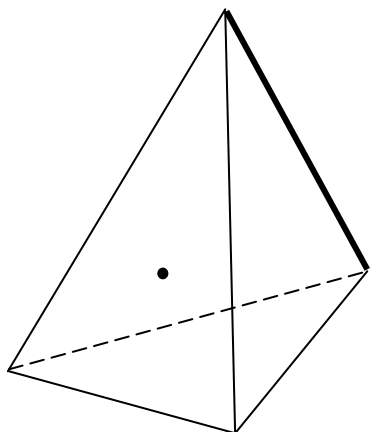
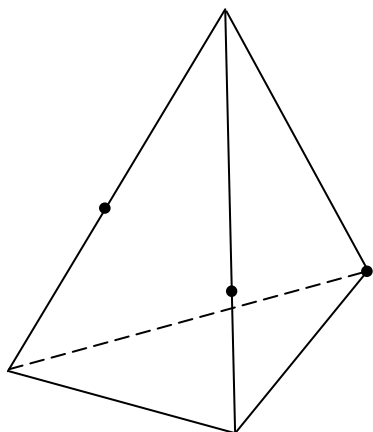
Учитель: «Давайте ещё раз повторим те свойства параллельных плоскостей, которые используются при построении сечений параллелограмма.»

Ответы учащихся: «Если параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.»

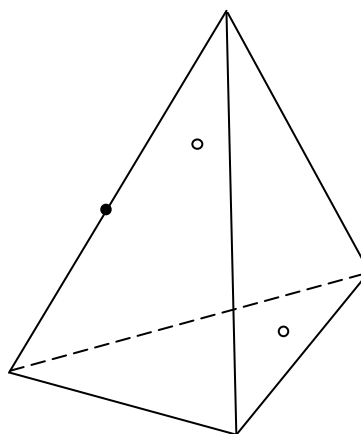
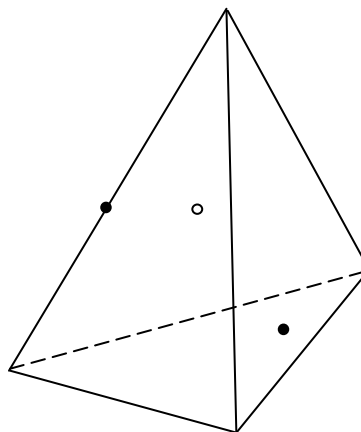
Постановка целей урока. Учитель: «Мы сейчас учимся строить различные сечения тетраэдра. Приведите примеры, когда сечение тетраэдра легко построить, а когда это сделать сложнее.»

Учащиеся выходят к доске, рисуют примеры задач на построение сечений тетраэдра (построить сечение плоскостью, проходящей через выделенные точки).

Простые задачи



Сложные задачи



Учитель: «В отличие от предыдущего урока, сегодня нужно будет каждому для себя определить, что у него получается, а что не получается, что для него решить сложно, а что - просто. И сделать шаг вперёд – построить сечения

прямоугольного параллелепипеда в простых случаях самостоятельно. Для этого попробуйте построить сечения в заданиях практикума.»

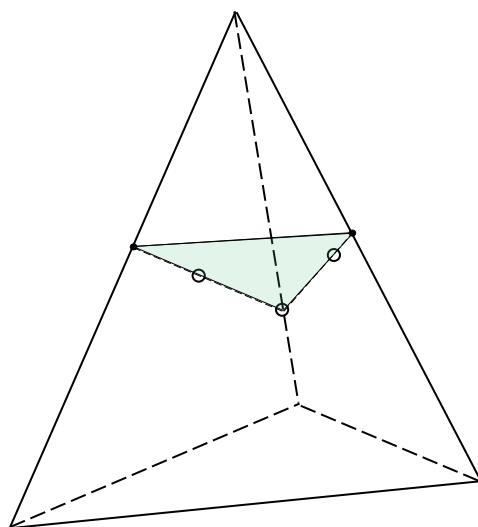
Практикум (приложение 4).

Цели: повторение способов и приёмов построения сечений тетраэдра, отработка навыков построения сечений, развития пространственного воображения, аккуратности, внимательности, выработка навыков проверки и самопроверки, навыков самооценивания, рефлексии.

Постановка задания. Учитель: «Попробуйте решить предложенные задачи на построение сечений самостоятельно.»

Учащиеся выполняют задания практикума на раздаточном материале (приложение 4). Проверка задач приложения осуществляется фронтально (презентация 4).

Приложение 4. Практикум. Раздаточный материал.
Построение сечений тетраэдра по трём точкам.



Для проверки практикума используется презентация 4. В ней мультимедийными свойствами изображены процессы построения сечений в динамике. Если у учащихся возникают вопросы, учитель останавливает показ клипа, отвечает на вопросы. Комментарии учителя по ролику в презентации – по необходимости, если возникнут такие просьбы.

Деятельность учащихся в течение проверки практикума: смотрят презентацию №4, проводят коррекцию своих работ, задают вопросы, предлагают

другие варианты решений (возможна другая последовательность действий при построении сечений).

После проверки практикума учитель раздаёт карточки с индивидуальными заданиями.

Решение индивидуальных заданий.

Цели: отработка способов и приёмов построения сечений тетраэдра, прямоугольного параллелепипеда, выработка навыков построения сечений, развития пространственного воображения, аккуратности, внимательности,

проверка знаний, умений навыков учащихся построения сечений тетраэдра и параллелепипеда.

Для закрепления полученных знаний учащимся предлагаются индивидуальные задания на карточках.

Задание формулирует учитель: «Построить сечения плоскостями, проходящими через выделенные точки. Кратко записать ход построения, указав как получены новые точки.»

В каждой карточке четыре задания: два на построение сечений тетраэдра и два на построение сечений прямоугольного параллелепипеда. Уровень сложности индивидуальных заданий – уровни узнавания и воспроизведения. Примеры карточек с индивидуальными заданиями приведены в приложении 5.

Через 15 минут учащиеся сдают учителю свои работы.

Подведение итогов урока.

Вопросы учителя ученикам: «Что для вас было сегодня на уроке новым? Что для вас сегодня было сложным? Что осталось не понятным? Какие типы задач надо ещё решать?»

Учащиеся отвечают, учитель слушает их ответы.

Постановка домашнего задания.

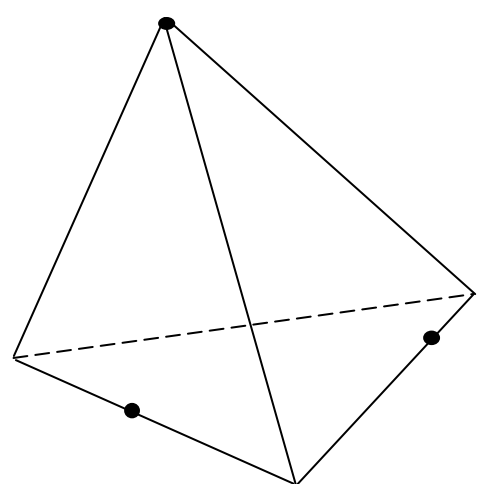
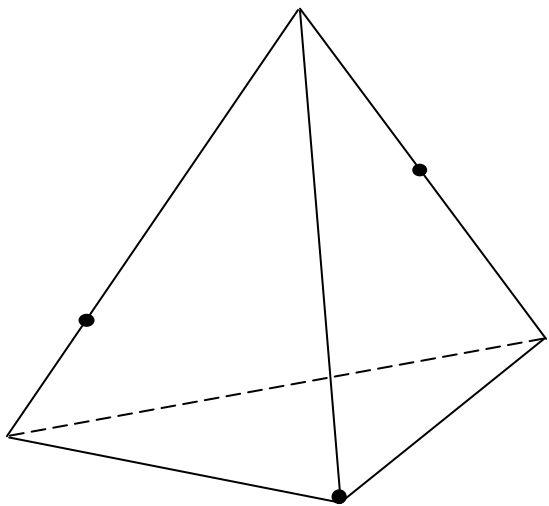
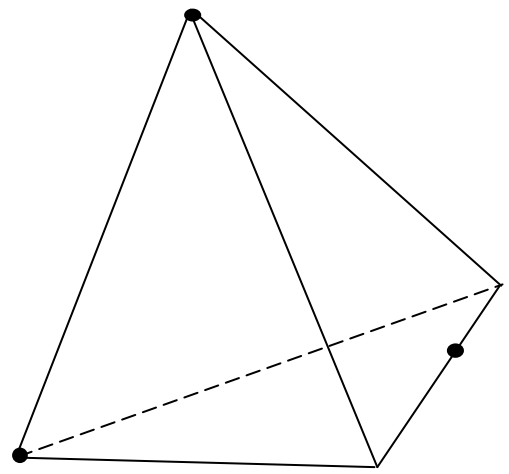
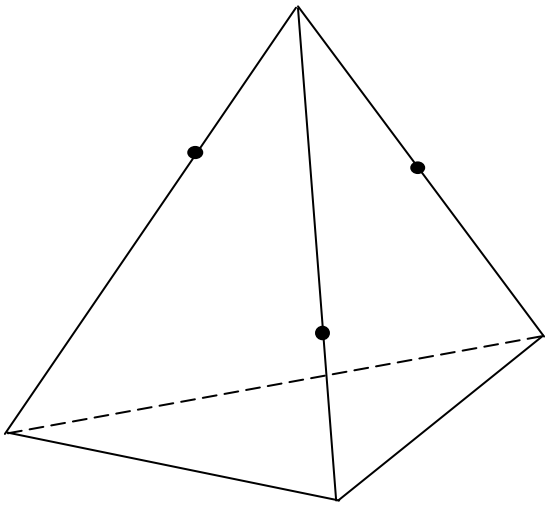
Домашнее задание:

1) задачи № 33, 34, 35, 36 на стр. 23-26 рабочей тетради.

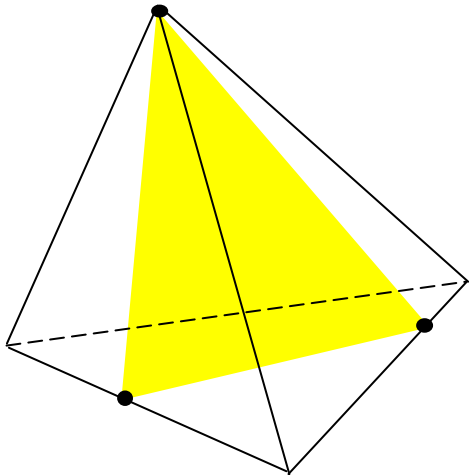
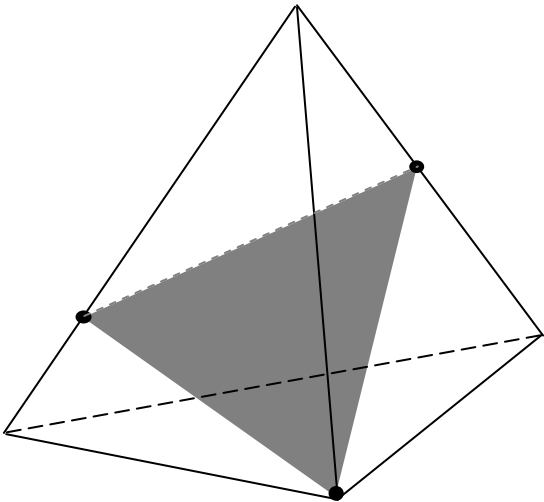
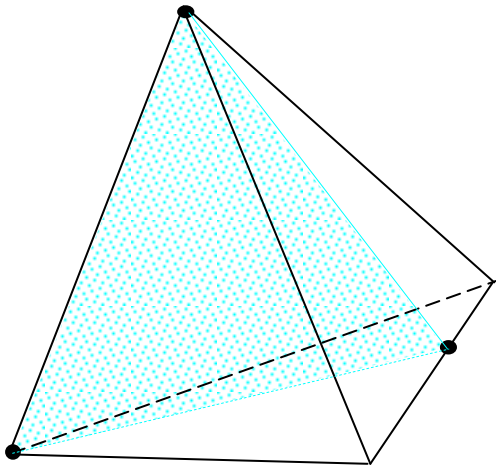
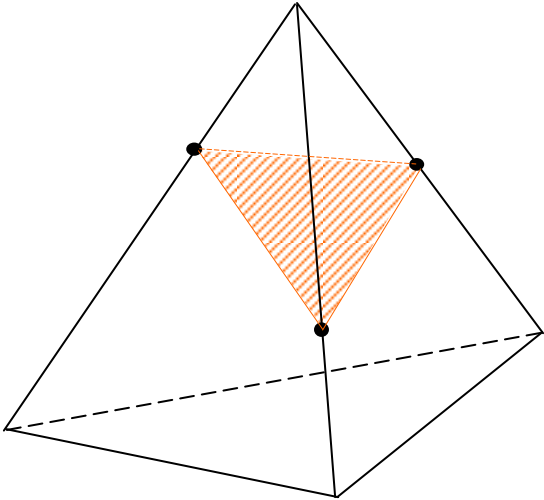
Комментарий учителя к домашнему заданию: «Задачи № 33, 34 не должны вызвать затруднений, т.к. в них используются известные вам приёмы построения сечений. При решении задач № 35, 36 вам нужно будет сделать опять не-большой шаг вперёд, т.к. на уроках мы не решали аналогичных задач. Эти задачи рассчитаны на применение известных вам приёмов, но уже в незнакомой ситуации.»;

2) простые задачи на повторение см. приложение 6.

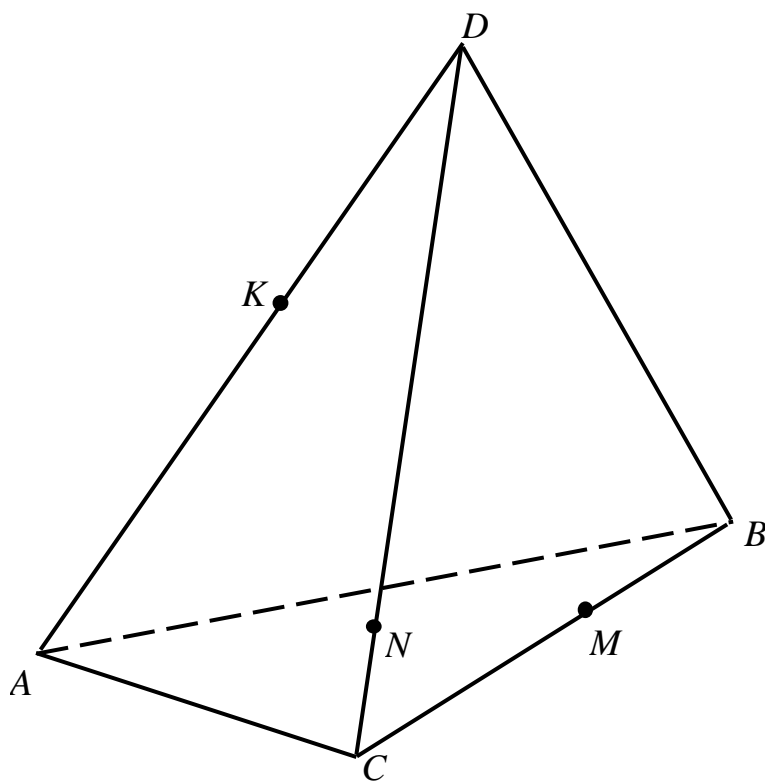
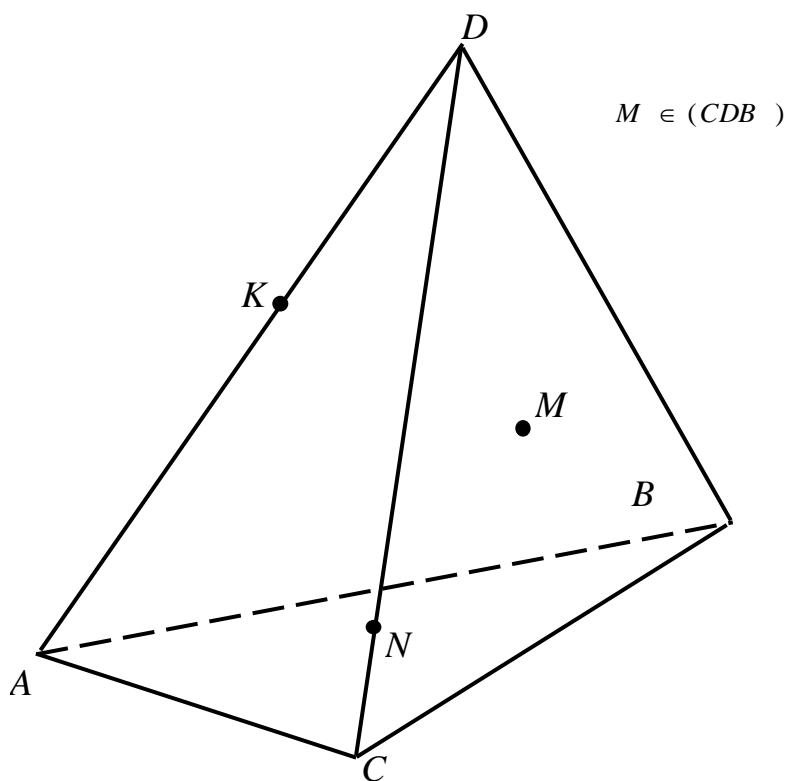
Приложение 1. Раздаточный материал. Построение сечений тетраэдра по трём точкам. Простые случаи.



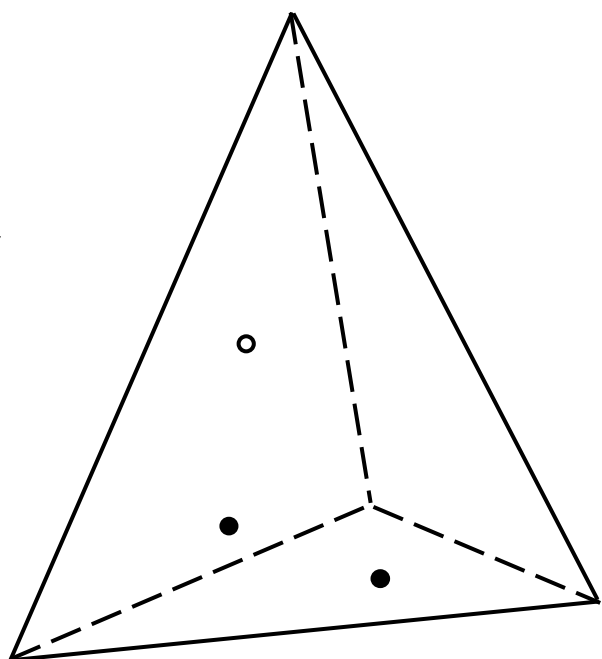
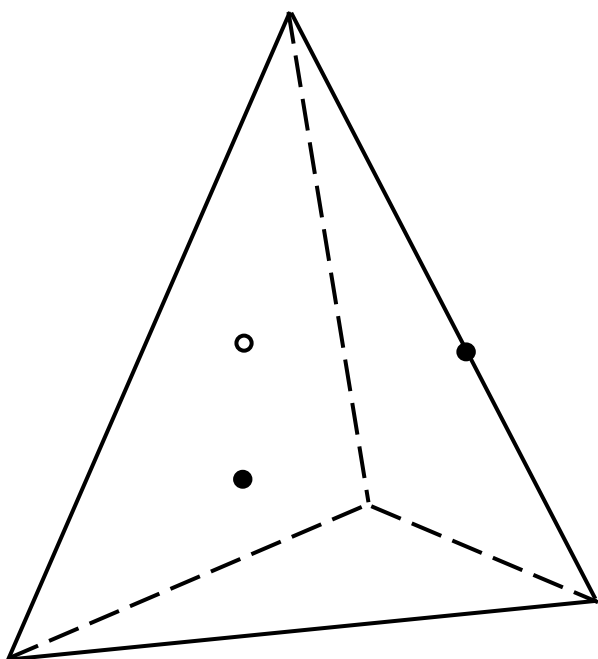
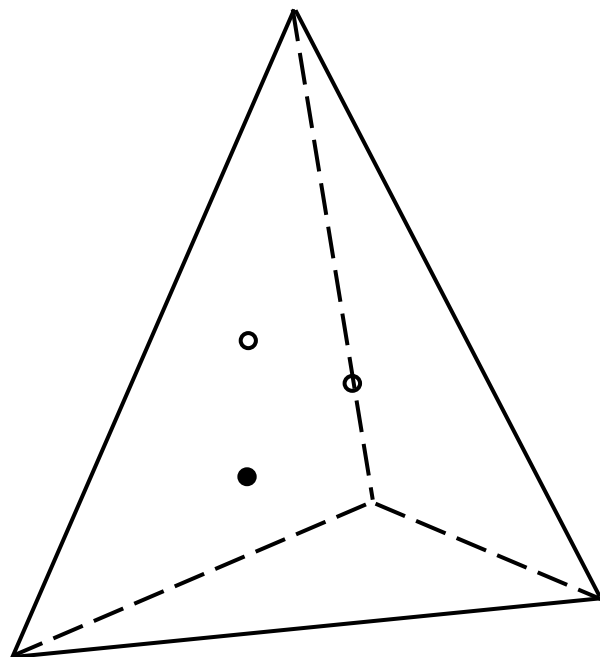
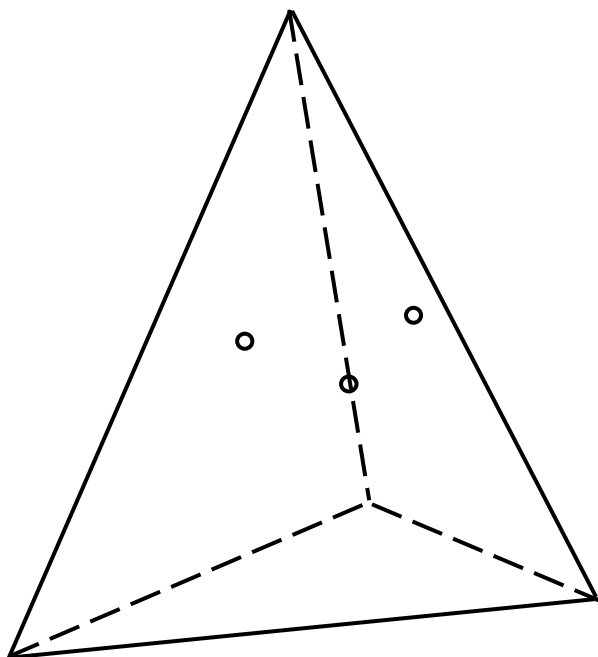
Приложение 2. Ответы к заданиям на уроке для фронтальной проверки.



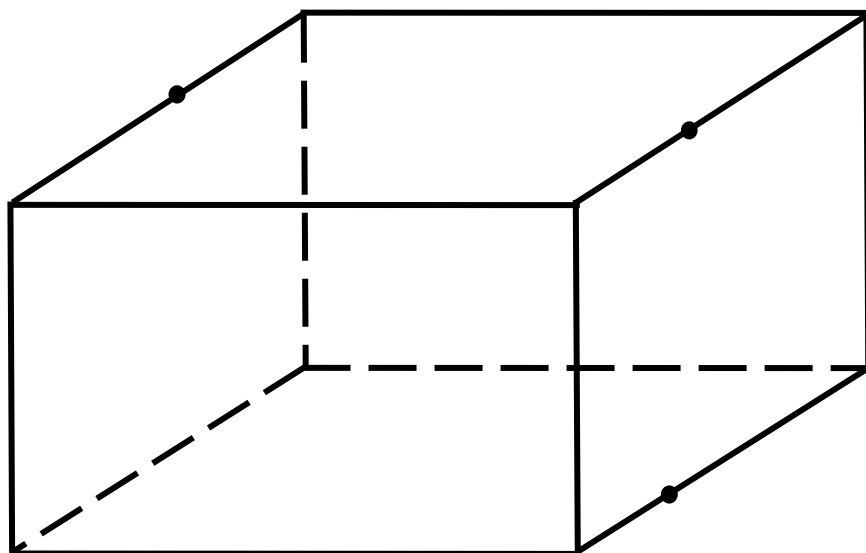
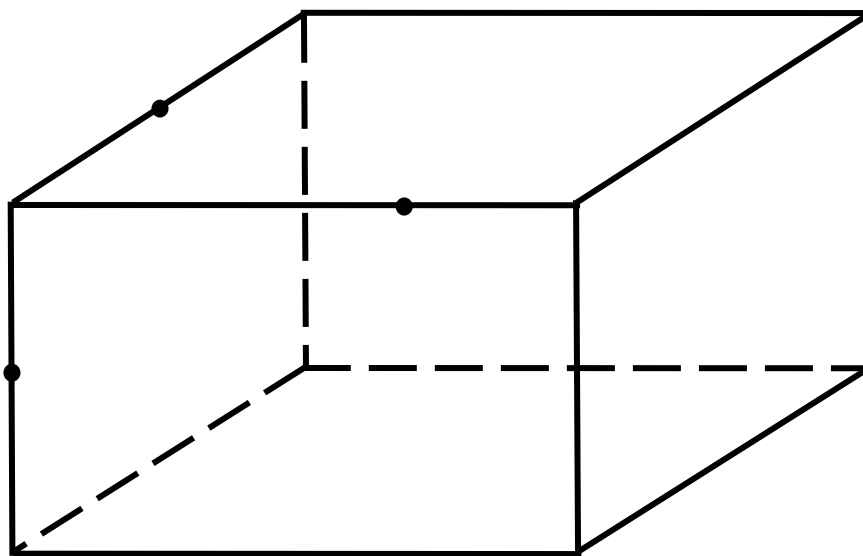
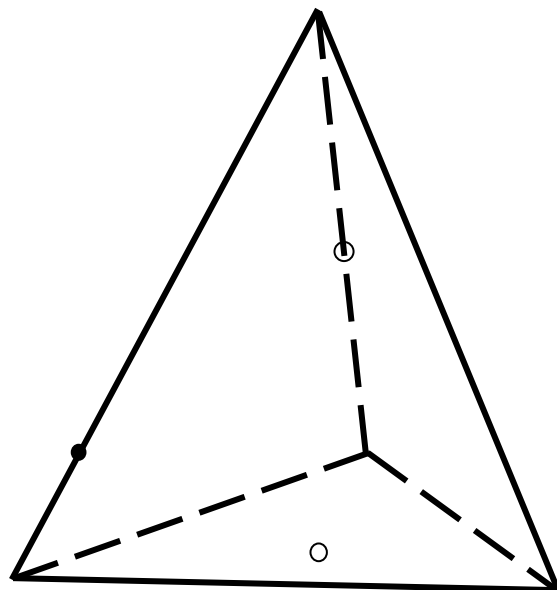
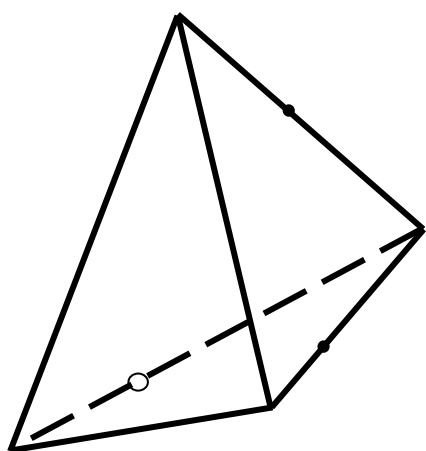
Приложение 3. Раздаточный материал. Построение сечений тетраэдра по трём точкам.



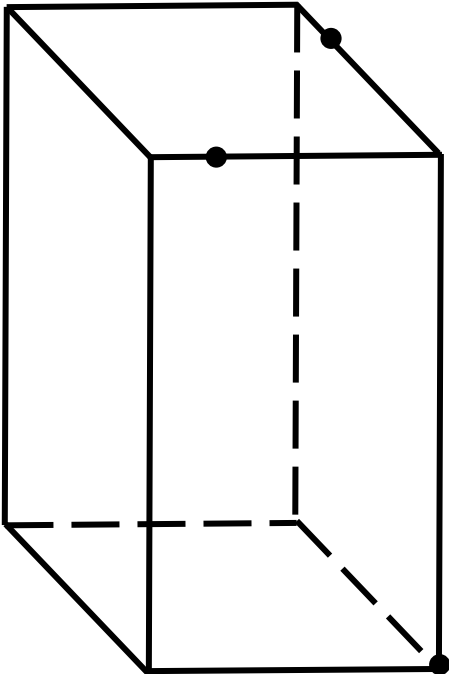
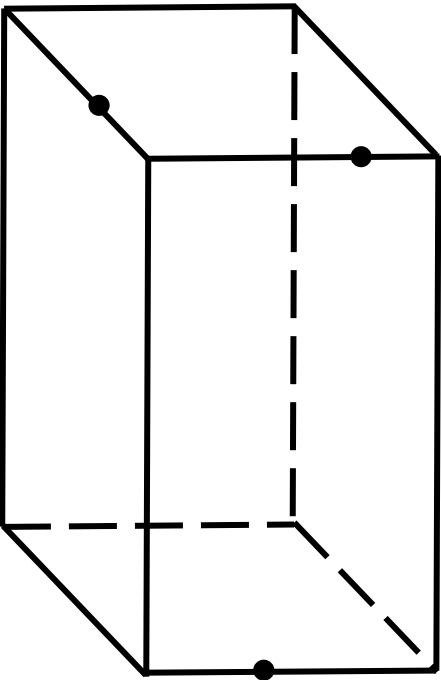
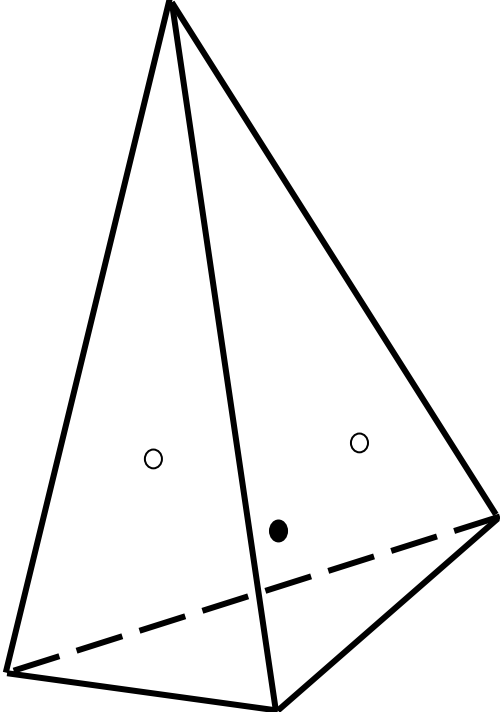
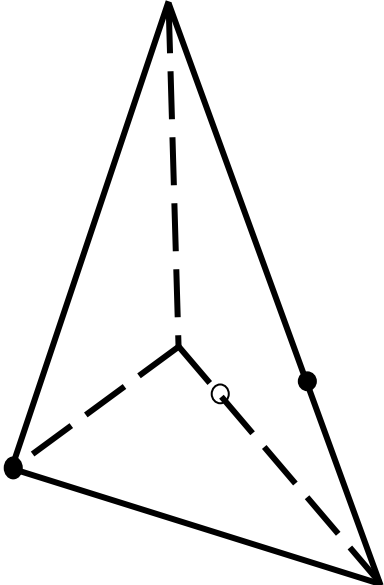
Приложение 4. Практикум. Раздаточный материал. Построение сечений тетраэдра по трём точкам.



Приложение 5. Примеры карточек с индивидуальными заданиями. Карточка № 1.



Приложение 5. Примеры карточек с индивидуальными заданиями. Карточка № 2.



Приложение 6. Домашнее задание второго урока. Построить сечение плоскостью, проходящей через выделенные точки.

