Методическая разработка урока математики:

« Решение тригонометрических уравнений и неравенств »

Орлова Людмила Ивановна

Преподаватель математики ГОУ НПО ЭМПЛ

Санкт- Петербург

Тема урока: **Подготовка к контрольной работе по теме: «Решение тригонометрических уравнений и неравенств».**

Цели урока:

Образовательные:

Обобщить, систематизировать и закрепить изученный материал. Закрепить умение использовать формулы корней для решения тригонометрических уравнений и алгоритм решения тригонометрических неравенств. Подготовить учащихся к контрольной работе.

Развивающие:

Развивать зрительную и образную память, умение анализировать, сопоставлять и логически мыслить, решая различные виды тригонометрических уравнений и неравенств.

Воспитательные:

Развивать способность к мышлению, внимательность, формировать умение четко излагать свои мысли, развивать грамотную математическую речь, аккуратность.

Тип урока: **урок обобщения и систематизации знаний.**

Структура урока:

1. Организационный момент. Ознакомление с темой урока. Постановка цели урока.
2. Проверка знаний учащихся, опрос:
   a) индивидуальный (по домашнему заданию);
   b) устная работа с вопросами по теории;
   c) фронтальный опрос (установить соответствие).

3. Решение примеров.
4. Подведение итогов урока.

Ход урока:

I. Организационный момент.

Постановка цели урока:

Закрепить умение использовать формулы корней для решения тригонометрических уравнений. Еще раз вспомнить различные виды тригонометрических уравнений и способы их решения, ход решения простейших тригонометрических неравенств.

II. Опрос (дифференцированный):

1) Индивидуальный (по домашнему заданию)

Д.з. 1) $2sin^2x - 3sinx - 2 = 0$ Отв.: $(-1)^{n+1} \times \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon \mathcal{Z}$

2) $2\sin x - sinx2x = 0$ Отв.: $\pi n, n \epsilon \mathcal{Z}$

3) $sin\, x = -\sqrt{3}\, cos\, x$ Отв.: $-\frac{\pi}{2} + \pi n, n \epsilon \mathcal{Z}$

4) $2cos2x \leq 1$ Отв.: $\left[\frac{\pi}{6} + \pi n;\ \frac{5}{6}\pi + \pi n\right];\ n \epsilon \mathcal{Z}$

Вызвать к доске двух учащихся записать решение примеров 3 и 4 домашнего задания.

Решение примера 3.

$sin\, x = -\sqrt{3}\, cos\, x$

$sin\, x + \sqrt{3}\, cos\, x = 0$ | : cosx

$\mathrm{tg} x + \sqrt{3} = 0$

$\mathrm{tg} x = -\sqrt{3}$

$x = arctg(-\sqrt{3}) + \pi n$

$x = -arctg\sqrt{3} + \pi n$

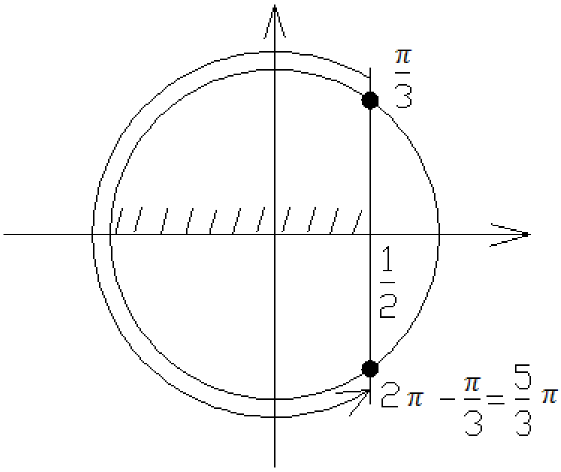
$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n$

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \epsilon \mathcal{Z}$

Решение примера 4.

$2cos2x \leq 1$

$cos2x \leq \frac{1}{2}$



$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{5}{3}\pi + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x \leq \frac{5}{6}\pi n, n\epsilon Z$$

Ответ: $\left[\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{5}{6}\pi + \pi n\right], n\epsilon Z$

2. Пока учащиеся записывают примеры домашнего задания на доске, вспомнить устно:

а) формулы корней уравнений вида sin x=a, cos x=a, tg x=a, ctg x=a (Ответ: $x = (-1)^n \text{arcsina} + \pi n$, $\text{x} = \pm \text{arccosa} + 2\pi n$, $\text{x} = \text{arctga} + \pi n$, $x = \text{arcctga} + \pi n$, $n\epsilon Z$ соответственно). После правильного ответа демонстрируется карточка с формулой.

б) Свойства обратных тригонометрических функций:

Закончить формулы:	Ответ:
$arcsin(-a) =$	$-arcsina$
$arccos(-a) =$	$\pi - arccosa$
$arctg(-a) =$	$-arctga$
$arcctg(-a) =$	$\pi - arcctga$

3. Проверить решение примеров записанных учащимися на доске. Выслушать их объяснение.

Выяснить, как называется уравнение такого вида (однородное первой степени) как решаются такие уравнения (делением на sinx или cosx), по какой формуле находится решение уравнения.

Уточнить этапы решения тригонометрического неравенства.

4. Фронтальный опрос (задание на экране):

Установить соответствие:

Уравнение:	Ответ:	
1) $2cosx = 2$	а) $x = 2\pi n$	
2) $sin(-x) = 1$	б) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	
3) $cos(-2x) = 1$	в) $x = \pi n$	$n \epsilon Z$
4) $sin\frac{x}{2} = 0$	г) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$	
5) $cos2x = 0$	д) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	
6) $cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$	е) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	

Примеры можно решать в рабочей тетради.

Ответ записать на листах и сдать на проверку.

На экране правильный ответ: 1-а

2-д

3-в

4-а

5-г

6-е

Ученикам предлагается проверить правильность своего решения, оценить свою работу:

«5» - если все решено верно

«4»- 1 ошибка

«3»- 2 ошибки.

III. Решение примеров:

Учитель вызывает к доске учащихся, даёт карточку с заданием.

1) Решить уравнение: $4sin^2x - 4sinx + 1 = 0$

Решение:

$sinx = t, \quad -1 \leq t \leq 1$

$4t^2 - 4t + 1 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{1}{2}$$

$$sinx = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n arcsin\frac{1}{2} + \pi n, n\epsilon \mathcal{Z}$$

$$x = (-1)^n \times \frac{\pi}{2} + \pi n, n\epsilon \mathcal{Z}$$

Ответ: $(-1)^n \times \frac{\pi}{6} + \pi n, n\epsilon \mathcal{Z}$

2) Решить уравнение: $2sin^2x + 7cosx + 2 = 0$

Решение:

$2 - 2cos^2x + 7cosx + 2 = 0$

$-2cos^2x + 7cosx + 4 = 0$

$2cos^2x - 7cosx - 4 = 0$

$cosx = t\ , \quad -1 \leq t \leq 1$

$2t^2 - 7t - 4 = 0$

$$t_{1.2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 2 \times 4(-4)}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4}$$

$t_1 = -\frac{1}{2} \qquad t_2 = 4$ – не удовлетворяет условию

$$cosx = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n$$

$x = \pm\left(\pi - arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n$

$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n\epsilon \mathcal{Z}$

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3}2\pi n,\ n\epsilon \mathcal{Z}$

3)Решить уравнение: $2sin^2x - \sqrt{3}sin2x = 0$

Решение:

$2sin^2x - \sqrt{3} \times 2sinxcosx = 0 \quad |: 2$

$sinx\left(sinx - \sqrt{3}cosx\right) = 0$

$sinx = 0$ или $sinx - \sqrt{3}cosx = 0 \quad |$: cosx

$x = \pi n, \quad n\epsilon \mathcal{Z}$

$tgx - \sqrt{3} = 0$

$tgx = \sqrt{3}$

$x = arctg\sqrt{3} + \pi k$

$x = \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k\epsilon \mathcal{Z}$

Ответ: $\pi n,\ \frac{\pi}{3} + \pi k,\ n, k\epsilon \mathcal{Z}$

4) Решить уравнение: $x + 3cos^2x = 4sinxcosx$

Решение:

$sin^2x - 4sinxcosx + 3cos^2x = 0 \quad |: cos^2 x$

$tg^2x - 4tgx + 3 = 0$

$tgx = t$

$t^2 - 4t + 3 = 0$

$t_1 + t_2 = 4$

$t_1 \times t_2 = 4$

$t_1 = 1;\ \ t_2 = 3$

$tgx = 1 \qquad\qquad tgx = 3$

$x = arctg1 + \pi n \qquad x = arctg3 + \pi k, \quad k \epsilon \mathcal{Z}$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \epsilon \mathcal{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n, arctg3 + \pi k, n, k \epsilon \mathcal{Z}$

5) Решить систему уравнений: $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} \\ sinx + siny = \sqrt{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{2} - x & (1) \\ sinx + sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2} & (2) \end{cases}$$

Решим уравнение (2)

$sinx + cosx = \sqrt{2}$

$a = 1, \qquad b = 1, \qquad c = \sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} sinx + \frac{1}{\sqrt{2}} cosx = 1$$

$$cos\frac{\pi}{4} \times sinx + sin\frac{\pi}{4} \times cosx = 1$$

$$sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 1$$

$$\frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

Подставив значение x в первое уравнение находим:

$y = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - 2\pi n$

$$y = \frac{\pi}{4} - 2\pi n, \qquad n \epsilon \mathcal{Z}$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} - 2\pi n\right), \ \ n \epsilon \mathcal{Z}$

IV. Итоги урока

Рефлексия.

Заполнение учащимися карточек по оценке своих знаний.

Критерии оценивания	Оценка
1. Правила учим и знаем «5» - точно формулирую, уверен, что знаю «4» - знаю правила, но допускаю неточности в формулировке «3» - неуверенно отвечаю	
2. Решение самостоятельной работы «установить соответствие» «5» - без ошибок «4» - одна ошибка «3» - две ошибки	
3. Решение примеров «5» - понимаю решение всех примеров и смогу самостоятельно решить «4» - в целом понял, но есть сомнения «3» - не уверен смогу ли решить неравенства и систему уравнений	
4. Поставьте себе общую оценку в зависимости от промежуточного результата и общего понимания решения примеров	

Ответьте на вопросы:

1. Что было самым трудным на уроке?
2. Как вы справились с трудностями?
3. Как вы чувствовали себя уверенно или не очень? Почему?
4. Достигнута ли вами цель урока?
5. Общее впечатление от урока.

Преподаватель анализирует работу учащихся на уроке, обращает внимание на моменты, которые вызвали затруднения при решении примеров.