

*Знание – это самое
превосходное из владений.
Все стремятся к нему, само
оно не приходит.*

Абу-р-Райхан ал-Буруни

«Понятие площади многоугольника»

**Геометрия
8 класс**

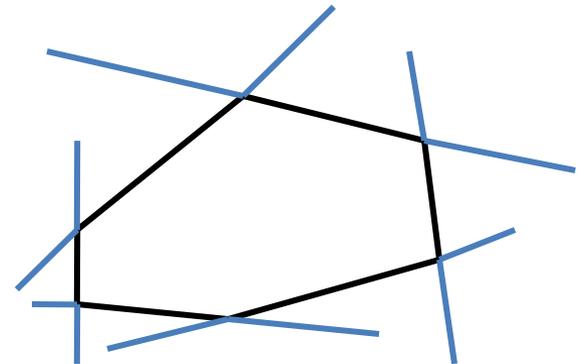
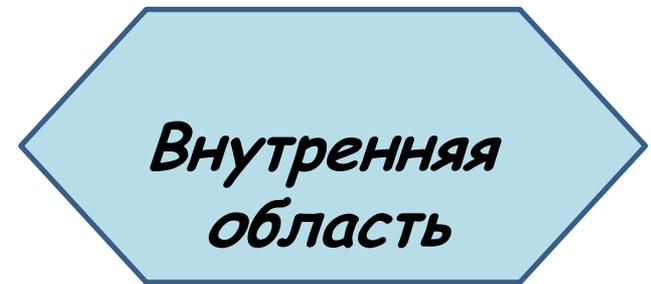
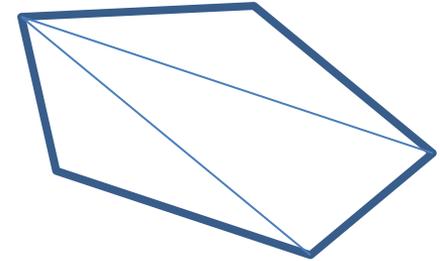
ХАРАКТЕРИСТИКА МНОГОУГОЛЬНОВ

Замкнутая ломаная, если её несмежные звенья не имеют общих точек, называется **многоугольником**.

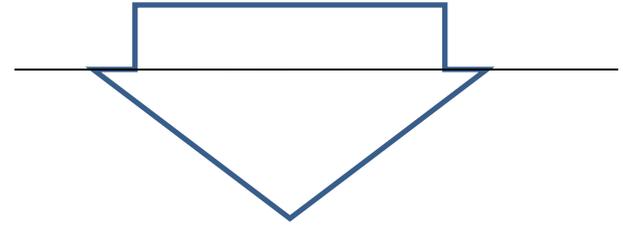
Диагональ - отрезок, соединяющий две несоседние вершины.

Фигура, состоящая из сторон многоугольника и его внутренней области, также называют **многоугольником**.

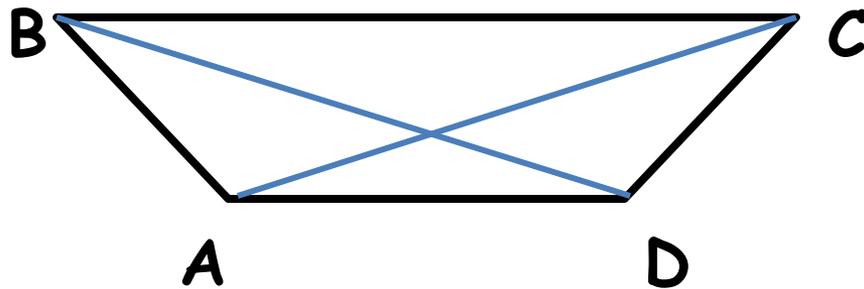
Многоугольник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от прямой, проходящей через две его соседние вершины.



Невыпуклый многоугольник



Четырёхугольник - многоугольник,
у которого четыре вершины,
четыре стороны, две диагонали.

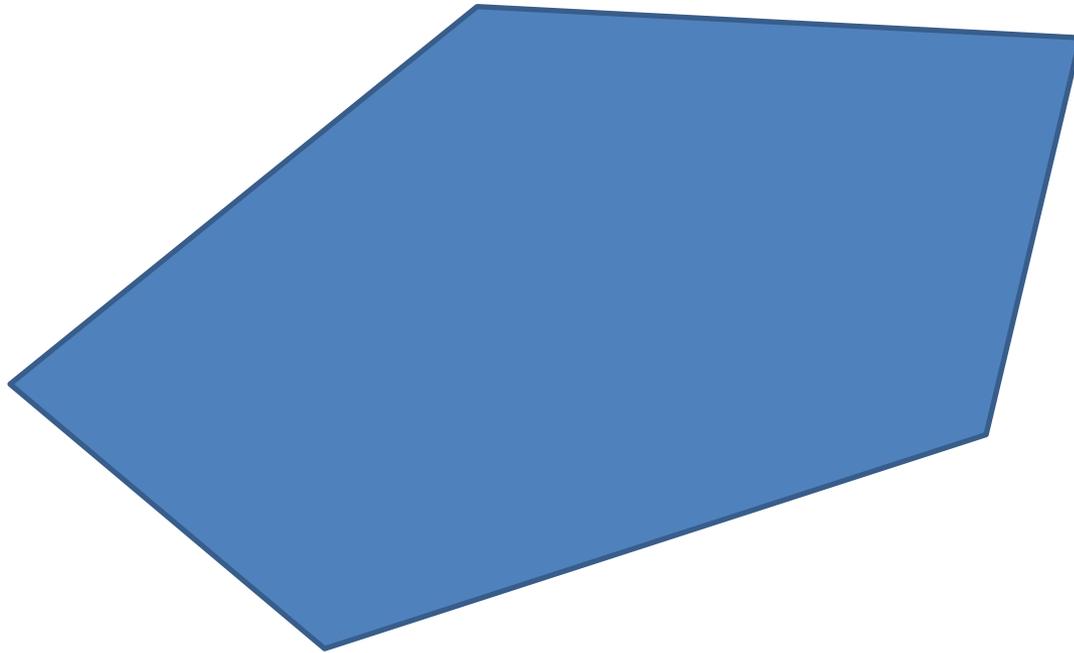


Вершины: A, B, C, D
Стороны: AB, BC,
CD, DA
Диагонали: AC, BD

Сумма углов четырёхугольника равна 180°

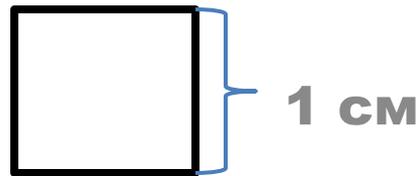
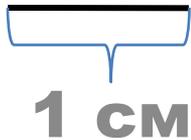
$$(\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ)$$

**Площадь многоугольника – это
величина той части плоскости,
которую занимает многоугольник**



ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОЩАДИ

Измерение площадей производится с помощью выбранной единицы измерения. За единицу измерения принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков

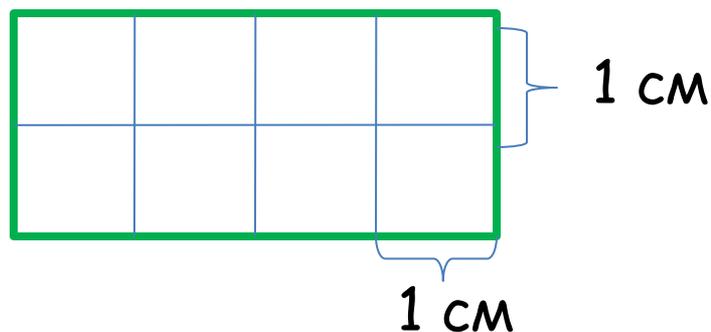


квадратный сантиметр (см^2)

квадратный метр (м^2)

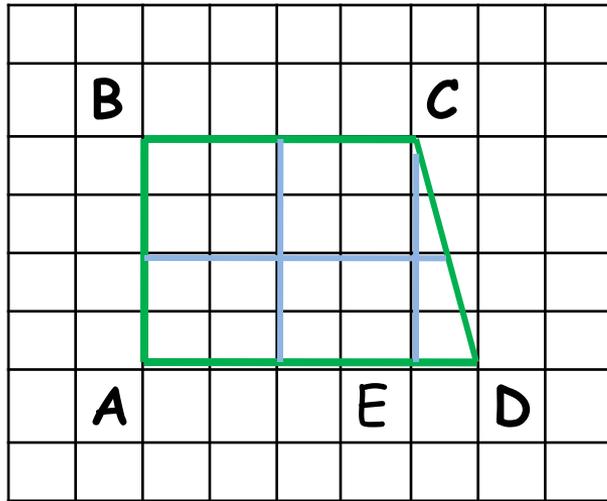
квадратный миллиметр (мм^2)

При выбранной единице измерения площадей площадь каждого многоугольника выражается положительным числом. Это число показывает, сколько раз единица измерения и её части укладывается в данном многоугольнике.



В изображённом прямоугольнике квадратный сантиметр укладывается 8 раз. Это означает, что площадь прямоугольника равна 8 см^2 .

Измерение площадей многоугольников способом разбиения фигуры на квадраты.

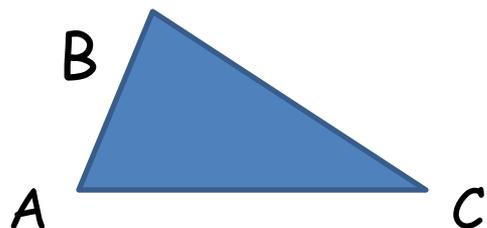


В трапеции $ABCD$ квадратный сантиметр укладывается 2 раза и остаётся часть трапеции - треугольник CDE , в котором квадратный сантиметр не укладывается

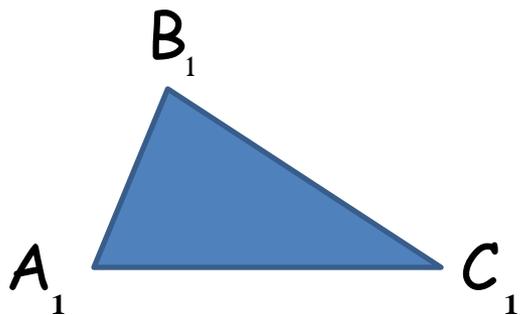
целиком. Для измерения площади этого треугольника нужно использовать доли квадратного сантиметра. Например, квадратный миллиметр. Оставшуюся часть треугольника CED можно измерить с помощью более мелкой доли квадратного сантиметра и получить более точное значение площади.

СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ

1. Равные многоугольники имеют равные площади



$$\triangle ABC = \triangle A_1 B_1 C_1$$



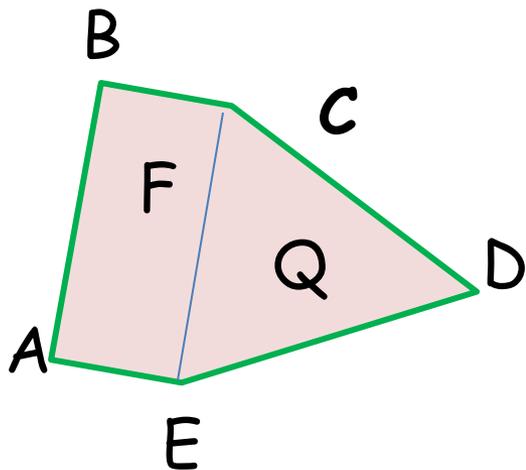
Если два многоугольника равны, то единица измерения площадей и её части укладываются в таких многоугольниках одинаковое число раз, т. е.

площади равных фигур

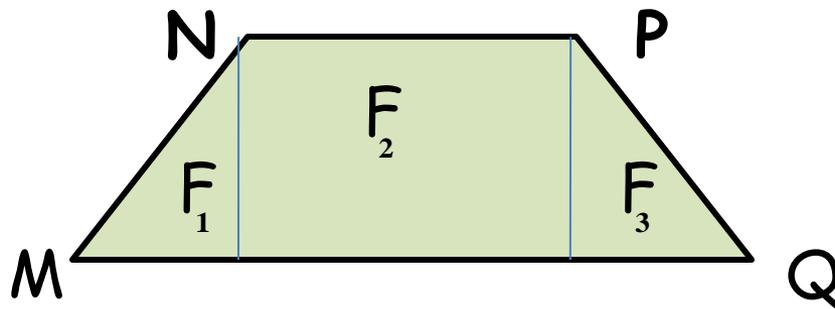
равны

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников

Пусть многоугольник составлен из нескольких многоугольников так, что их внутренние области не имеют общих точек. Очевидно, что площадь всего многоугольника равна сумме площадей многоугольников.

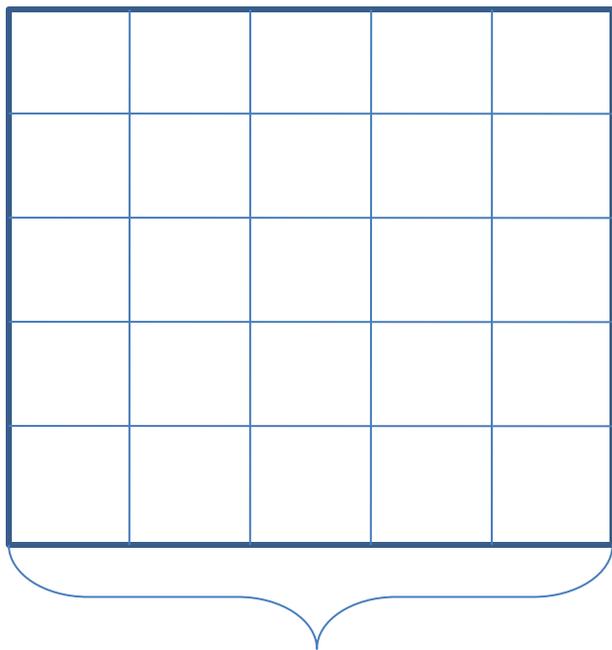


$$S_{ABCD} = S_F + S_Q$$



$$S_{MNPQ} = S_{F_1} + S_{F_2} + S_{F_3}$$

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны



$$S = a^2$$

Многоугольники, имеющие равные площади, называются *равновеликими*.

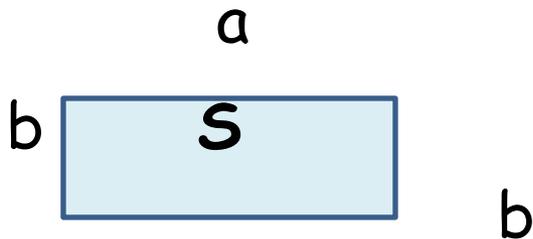
Многоугольники, составленные из равных многоугольников, называются *равносоставленными*.

Верно и обратное утверждение: *если два многоугольника равновеликие, то они равносоставленные*. Это утверждение называется теоремой *Бойяи - Гервина*.

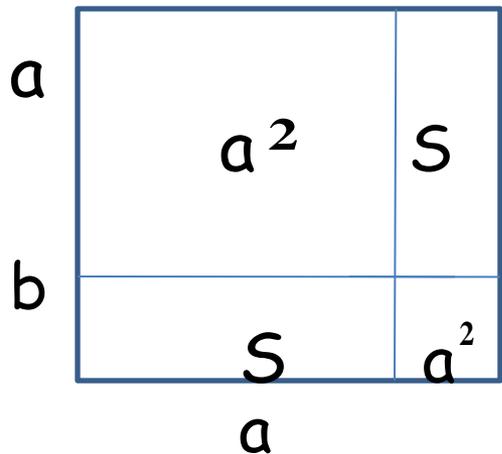
Венгерский математик Ф. Бойяи доказал эту теорему в 1832 г., а математик - любитель П. Гервин независимо от Ф. Бойяи доказал её в 1833г.

Площадь прямоугольника

Теорема : площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.



$$S = a b$$



Доказательство теоремы основано на свойстве площадей (площадь многоугольника равна сумме площадей многоугольников, из которых он составлен).

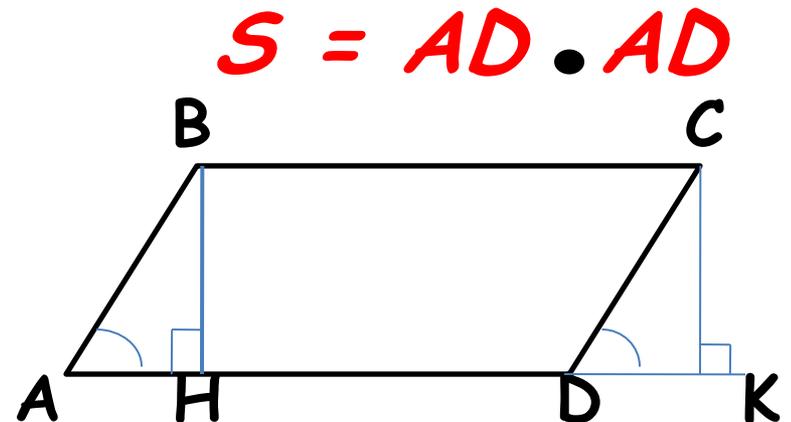
Прямоугольник достраивается до квадрата (площадь квадрата равна квадрату его стороны)

Площадь параллелограмма

Теорема : площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

Доказательство теоремы основано на свойствах площадей (площадь многоугольника равна сумме площадей многоугольников, из которых он составлен)

и с использованием формулы площади прямоугольника ($S = a \cdot h$) и понятий равновеликих и равноставленных многоугольников.

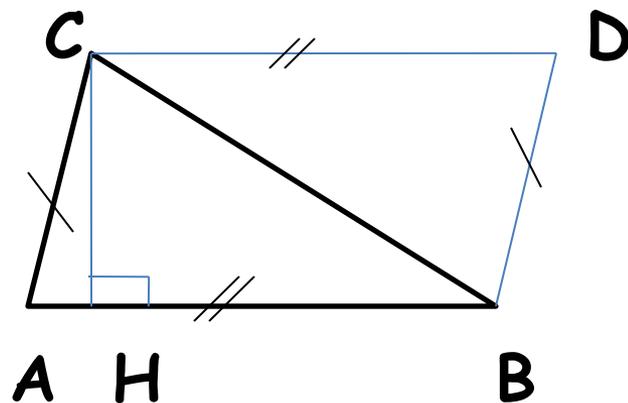


Площадь треугольника

Теорема : площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.

$$S = AB \cdot CH$$

Доказательство теоремы основано на свойствах площадей многоугольников (площадь многоугольника равна сумме площадей многоугольников, из которых он составлен), а также с помощью формулы площади параллелограмма ($S = a h$) и понятий равновеликих и равноставленных многоугольников.

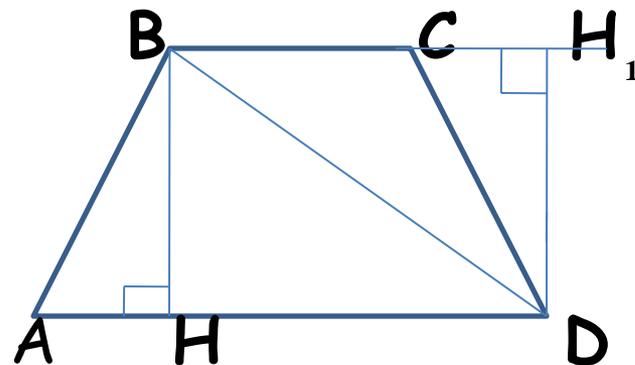


Площадь трапеции

Теорема : площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.

$$S = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BH$$

Доказательство теоремы основано на свойствах площадей многоугольников (площадь многоугольника равна сумме площадей многоугольников, из которых он составлен), а также с помощью формулы площади треугольника ($S = \frac{1}{2} a h$) и понятий равновеликих и равноставленных многоугольников.



ВЫВОД

1. Измерение площадей производится с помощью выбранной единицы измерения. За единицу измерения площадей принимают квадрат со стороной 1 см. Такой квадрат называют ***квадратным сантиметром***.
2. При выбранной единице измерения площадь каждого многоугольника выражается положительным числом, которое показывает, сколько раз эта единица и её части укладывается в данном многоугольнике.
3. Площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции вычисляются как **произведение основания** (его половине, полусумме оснований) **на высоту**.



До скорой

встречи!