Методическая разработка урока

Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции

Я, как школьный учитель, на уроках стараюсь укрепить здоровье детей, повысить их работоспособность и творческую продуктивность. Для достижения этих целей применяю здоровьесберегающие образовательные технологии, позволяющие, на мой взгляд, создать ситуацию успеха, комфортную психологическую обстановку в учебном процессе, дают возможность ученику увидеть свои сильные стороны, быть понятым.

Одним из приемов ТРКМ является стратегия «Зигзаг 1».

Данную стратегию уместно использовать для развития у учащихся следующих умений:

- анализировать текст совместно с другими людьми;
- вести исследовательскую работу в группе;
- доступно передавать информацию другому человеку;
- самостоятельно определять направление в изучении какого – то предмета с учетом интересов группы.

Стратегия «Зигзаг 1» используется для изучения и систематизации большого по объему материала.

Для этого сначала предстоит разбить текст на смысловые отрывки для взаимообучения.

Количество отрывков должно совпадать с количеством членов групп. Например, если текст разбит на 5 смысловых отрывков, то в группах (назовем их рабочими) – 5 учащихся.

1. **Стадия вызова** – осуществляется при помощи любых известных вам приемов. В данной стратегии может и не быть фазы вызова как таковой, т. к. само задание – организация работы с текстом большого объема – само по себе служит вызовом. (на этой стадии могут быть применены приемы «Кластер» или «Верю – не верю»).
2. **Стадия осмысления** – класс делится на группы. Группе выдаются тексты различного содержания по пяти основным темам «Зигзага». Каждый учащийся работает со своим текстом: выделяя главное, либо использует одну из графических форм (например, «кластер»). По окончании работы учащиеся переходят в другие группы – группы экспертов.
   Работа в группе «экспертов». Новые группы составляются так, чтобы в каждой оказались специалисты по одной теме. В процессе обмена результатами своей работы составляется общая презентационная схема рассказа по теме. Решается вопрос о том, кто будет проводить итоговую презентацию.
   Затем учащиеся пересаживаются в свои первоначальные группы. Вернувшись в свою рабочую группу, эксперт знакомит других членов группы со своей темой, пользуясь общей презентационной схемой. В группе происходит обмен информацией всех участников

рабочей группы. Таким образом, в каждой рабочей группе, благодаря работе экспертов, складывается представление по изучаемой теме.

Следующим этапом станет презентация сведений по отдельным темам, которую проводит один из экспертов, другие вносят дополнения, отвечают на вопросы. Таким образом, идет «второе слушание» темы.

3. **Стадия рефлексии**

Итогом урока может стать исследовательское или творческое задание по изученной теме (приложение 1).

Урок проводится в ходе личностного общения, на доступном для каждого ученика уровне и в оптимальном для него темпе. На уроке реализуются различные формы организации деятельности учащихся: фронтальная, парная, групповая, индивидуальная. Такой подход обеспечивает психологическую комфортность обучения. С целью предупреждения утомления и поддержания интереса у учащихся к новому материалу использую разные виды учебной деятельности: фронтальная беседа, работа с текстом, работа с готовыми чертежами. Для увеличения работоспособности и подавления утомляемости при просмотре презентации в урок включается физкультминутка: гимнастика для глаз.

На протяжении всего урока учащиеся много работают самостоятельно: формулируют тему урока, коллективно обсуждают проблему о вычислении площадей многоугольников, группами решают контекстную задачу, что развивает умения сравнивать, анализировать, делать выводы, устанавливать причинно следственные связи.

В итоговой части урока проводится рефлексия.

Урок построен с использованием современных информационных технологий – программы Microsoft Power Point. Презентация происходит в виде сменяющихся слайдов, что позволяет создать ситуацию успеха, комфортную обстановку в учебном процессе.

Математика уступает свои крепости лишь сильным и смелым.

А. П. Конфорович

Цель Знакомство с площадями многоугольников, прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции.

Задачи формирования универсальных учебных действий

Личностные

- оценивать собственную учебную деятельность с точки зрения самостоятельности;
- применять правила делового сотрудничества : сравнивать разные точки зрения; считаться с мнением другого человека; проявлять

терпение и доброжелательность в споре (дискуссии), доверие к собеседнику (соучастнику).

Регулятивные

- определять цель выполнения задания;
- корректировать деятельность: вносить изменения в работу с учетом возникших трудностей и ошибок.

Познавательные

- работать с различными источниками информации;
- отделять значимую информацию от второстепенной;
- презентовать полученную информацию в устной и наглядной формах.

Коммуникативные

- воспринимать текст с учетом поставленной задачи;
- находить в тексте информацию, необходимую для ее решения

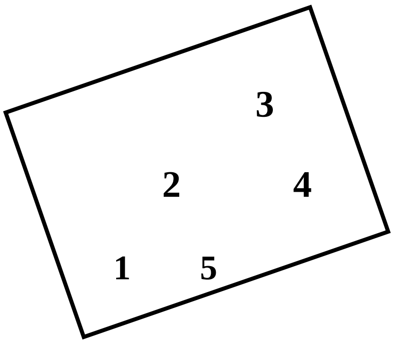
Оборудование

- тексты для выполнения задания по конкретным вопросам (по количеству учащихся в группе 5 человек);
- листы презентаций для работы в экспертной группе;
- фломастеры, маркеры, цветные карандаши для оформления презентации;
- учебник Геометрия 7 – 9 класс, Л. С. Атанасян и др., 2010 год

Форма работы

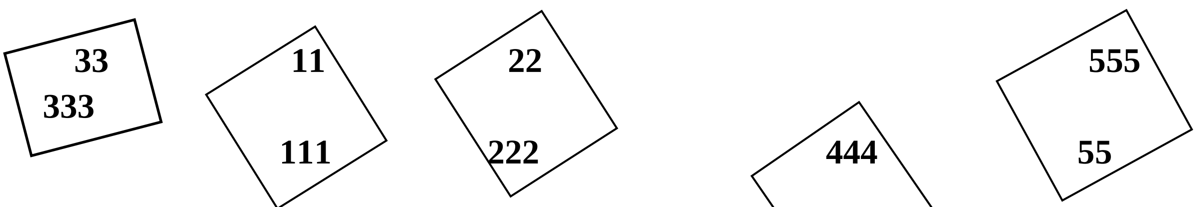
- индивидуально – групповая

<u>Организация рабочих мест на стадиях ВЫЗОВА и РЕФЛЕКСИИ</u>



5 одинаковых групп по 5 человек

<u>Организация рабочих мест на стадии ОСМЫСЛЕНИЯ</u>



Примечание. Продолжительность урока с применением стратегии «Зигзаг 1» может доходить до 60 минут, т. к. во время урока учащимся приходится неоднократно перемещаться по классу, организовывать рабочие места.

Средства обучения, оборудование: инструкционные карты, слайд – презентация урока, подготовленная учителем, проектор, компьютер, поддерживающий формат Microsoft Power Point – 2007 .

Применяемые технологии: урок построен с использованием здоровьесберегающих технологий, современных информационных технологий – программы Microsoft Power Point. Презентация проходит в виде сменяющихся слайдов. Урок построен на основе личностно – ориентированного подхода в условиях гуманизации обучения.

План урока

1. Организационный момент. Вступительное слово учителя.
2. Актуализация темы.
3. Формулировка темы урока.
4. Целеполагание.
5. Изучение нового материала.
6. Физкультминутка
7. Рефлексия
8. Заключительное слово учителя. Оценка работы учащихся на уроке.

Этапы урока с описанием вида деятельности учителя и учащихся

Содержание учебного материала, деятельность учителя	**Содержание учебного материала, деятельность учащихся**
Организация класса Учащиеся рассаживаются по группам в соответствии с выданным ему номером.	
Стадия вызова	
– Прочитайте тему урока – Какая фигура называется многоугольником? – О чем пойдет речь на уроке? – Использование «кластера» или «верю – не верю»	– характеристика многоугольников – работа проходит в форме диалога время работы 3 – 5 минут
Стадия осмысления. Работа в рабочих группах	
Предлагается прочитать полученный текст (каждый свой), выделить главные мысли, составить конспект (можно использовать	На данном этапе учащиеся работают индивидуально. При

«кластер»)	возникновении вопросов, ученик поднимает руку и , молча, ждет помощи учителя. Время работы 5 – 7 минут
Стадия осмысления Работа в группе экспертов	
– Распределитесь по номерам вопросов и создайте новые группы. – Обсудите получившиеся работы и создайте общую презентацию. – Подумайте, кто в конце урока будет публично представлять вашу совместную работу.	Учащиеся переходят из рабочих групп в экспертные. На данном этапе происходит отбор материала, его структурирование и дополнение (групповая работа). Подготовка к трансляции текста в рабочих группах. Готовят графическое изображение вопроса в любой форме (кластер, рисунок, схема и т. д.) Получившиеся работы вывешиваются на доску. Время работы до 15 минут
Стадия осмысления Работа в рабочих группах (возврат)	
– Возвращайтесь в свою рабочую группу. – Познакомьте всех членов группы со своей работой	Трансляция в группе тем с 1 – 5 последовательно. Остальные делают чертежи, выписывают формулы. Время работы до 25 минут (5 – 7 минут на вопрос)
Презентация экспертов	
– Сейчас у вас будет возможность еще раз прослушать все сообщения и внести, если потребуется, в свои работы коррективы	Выступление и выводы эксперта от каждой группы. Время работы 5 минут
Рефлексия	
Затем учащиеся отвечают на вопросы: 1. Что вам особенно понравилось на уроке? 2. В чем для вас польза этого урока? 3. С какими трудностями вы столкнулись на	Работают самостоятельно. Время работы 5 – 7 минут

<table>
<tr>
<td>уроке?

Карточка рефлексивного анализа

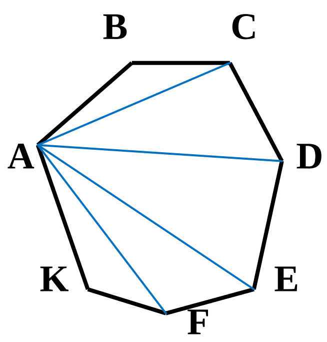
<table>
<tr><td>Класс ________________________________
Фамилия, имя</td></tr>
<tr><td>Оцените по пятибалльной шкале:
Свою работу на уроке _________________
Работу группы _________________________
Форму организации урока ______________</td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

ВЫВОД

1. Измерение площадей производятся с помощью выбранной единицы измерения. За единицу измерения площадей принимают квадрат со стороной 1 см. Такой квадрат называют *квадратным сантиметром*.
2. При выбранной единице измерения площадь каждого многоугольника выражается положительным числом, которое показывает, сколько раз эта единица и её части укладывается в данном многоугольнике.
3. Площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции вычисляются как *произведение основания* (его половине, полусумме оснований*)* *на высоту*.

ПРИЛОЖЕНИЯ

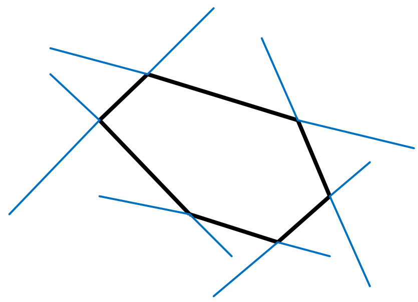
ХАРАКТЕРИСТИКА МНОГОУГОЛЬНИКОВ



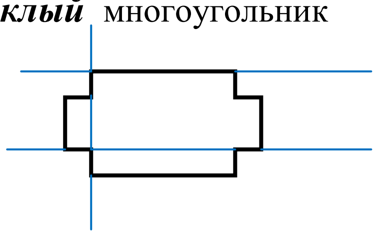
Замкнутая ломаная, если её несмежные звенья не имеют общих точек, называется ***многоугольником.***
Фигура, состоящая из сторон многоугольника и его внутренней области, также называют ***многоугольником***

Отрезок, соединяющий две несоседние вершины, называется ***диагональю*** многоугольника.
***Диагонали*:** AC ; AD; AE; AF

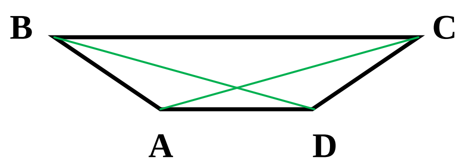
Многоугольник называется ***выпуклым***, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины



Невыпуклый многоугольник



Четырехугольник – многоугольник, у которого четыре вершины, четыре стороны и две диагонали.



Вершины: **A, B, C, D**
Стороны: **AB, BC, CD, DA**
Диагонали: **AC, BD**

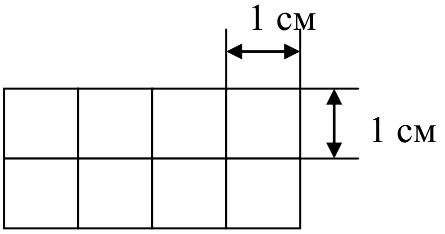
Сумма углов четырехугольника равна 360° ($\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$)

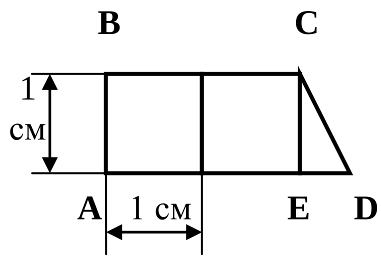
1. Понятие площади многоугольника

Понятие площади нам известно из повседневного опыта. ***<u>Площадь многоугольника – это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.</u>*** *Измерение площадей производится с помощью выбранной единицы измерения аналогично измерению длин отрезков. За единицу измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.* <u>Если за единицу измерения отрезков принят сантиметр, то за единицу измерения площадей принимают квадрат со стороной 1 см.</u> Такой квадрат называют **квадратным сантиметром** и обозначается $см^2$. Аналогично определяется **квадратный метр ($м^2$), квадратный миллиметр ($мм^2$)** и т. д.

При выбранной единице измерения площадей площадь каждого многоугольника выражается положительным числом. Это число показывает, сколько раз единица измерения и её части укладывается в данном многоугольнике.

В изображенном прямоугольнике квадратный сантиметр укладывается 8 раз. Это означает, что площадь прямоугольника равна 8 см ^{2}.





В трапеции ABCD, изображенной на рисунке, квадратный сантиметр укладывается 2 раза и оста – ется часть трапеции – треугольник CDE, в котором квадратный сантиметр не укладывается целиком. Для измерения площади этого треугольника нужно использовать доли квадратного сантиметра, например, квадратный миллиметр.

Оставшуюся часть треугольника CDE можно измерить с помощью более мелкой доли квадратного сантиметра и получить более точное значение площади трапеции.

Такой способ на практике неудобен. Обычно измеряют лишь некоторые связанные с многоугольником отрезки, а затем вычисляют площадь по определенным формулам.

Вывод этих формул основан на свойствах площадей.

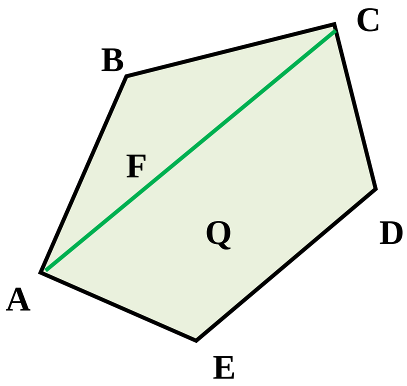
<u>Основные свойства площадей:</u>

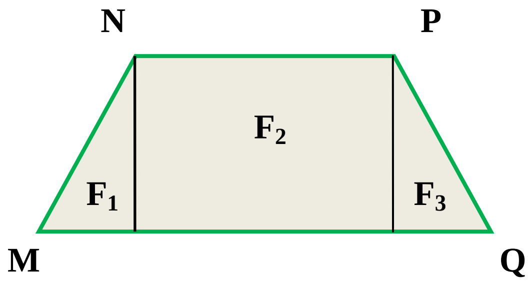
1^0. Равные многоугольники имеют равные площади.

Если два многоугольника равны, то единица измерения площадей и её части укладываются в таких многоугольниках одинаковое число раз.

2^0. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

Пусть многоугольник составлен из нескольких многоугольников так, что внутренние области многоугольников не имеют общих точек. Очевидно, что *площадь всего многоугольника равна сумме площадей многоугольников, составляющих данный многоугольник.*

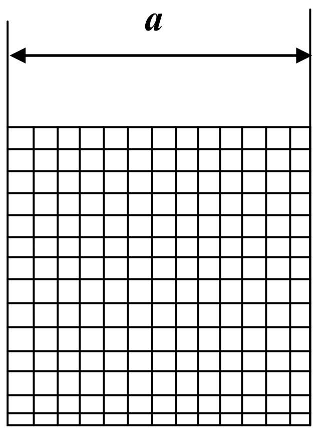




$$S_{MNPQ} = S_{F_1} + S_{F_2} + S_{F_3}$$

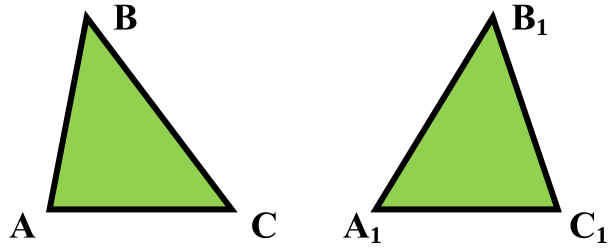
$$S_{ABCD} = S_F + S_Q$$

3^0. Площадь квадрата равна квадрату его стороны



$$S_{кв.} = a^2$$

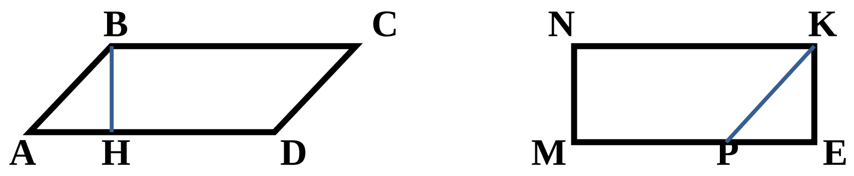
Многоугольники, <u>имеющие равные площади</u>, называются равновеликими



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_1B_1C_1}$$

ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ – ***равновеликие***

Многоугольники, <u>составленные из равных многоугольников</u>, называются равносоставленными



Параллелограмм ABCD составлен из ΔABH и трапеции HBCD, прямоугольник MNKE составлен и трапеции MNKP и треугольника ΔPKE. $\Delta ABH = \Delta PKE$; трапеция HBCD равна трапеции MNKP

Верно и обратное утверждение: ***если два многоугольника равновеликие, то они равносоставленные.*** Это утверждение называется ***теоремой Бойяи – Гервина*** .

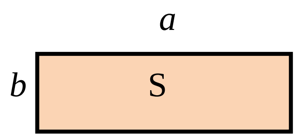
<u>Венгерский математик Ф. Бойяи доказал эту теорему в 1832 г., а немецкий математик – любитель П. Гервин независимо от Ф. Бойяи доказал ее в 1833 г.</u>

2. Площадь прямоугольника

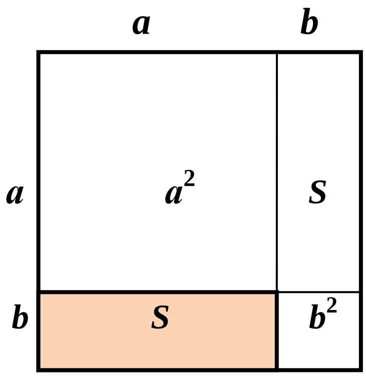
<u>Теорема</u>

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Доказательство



Рассмотрим прямоугольник со сторонами a, b *и* площадью S. Докажем, что $S = a\,b$.



Достроим прямоугольник до квадрата со стороной $a + b$.

<u>Площадь квадрата равна квадрату его стороны</u>, т. е.

$$S_{кв.} = (a + b)^2.$$

С другой стороны, этот квадрат составлен из данного прямоугольника с площадью S, равного ему прямоугольника с площадью S (площади равных фигур равны) и двух квадратов с площадями a^2 и b^2. *<u>Площадь многоугольника, составленного из нескольких многоугольников, равна сумме площадей этих многоугольников</u>*, <u>поэтому имеем:</u>

$$(a + b)^2 = S + S + a^2 + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$$

$$2S = 2ab \;\Big|\; : 2$$

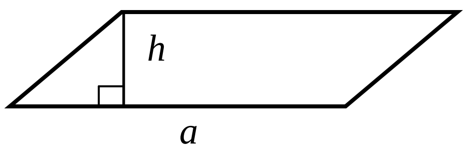
$$S = ab\text{, ч.т.д.}$$

<u>Использование свойств площадей :</u>

1. **Равные многоугольники имеют равные площади.**
2. **Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников,
то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.**
3. **Площадь квадрата равна квадрату его стороны.**

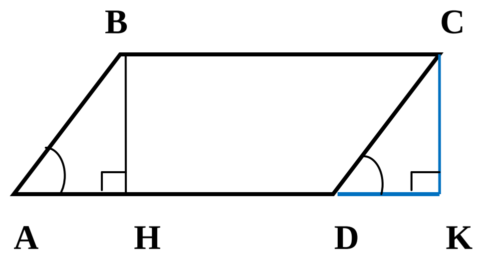
3. Площадь параллелограмма

Одну из сторон параллелограмма будем называть <u>*основанием*</u>, *а перпендикуляр, проведенный из любой точки противоположной стороны к прямой, содержащей основание, –* <u>*высотой параллелограмма*</u>.



<u>Теорема:</u> ***Площадь параллелограмма равна <u>произведению</u> его <u>основания</u> <u>на высоту</u>.***

Доказательство



Рассмотрим параллелограмм ABCD с площадью S. Пусть AD – основание, проведем высоты BH и CK

$(BH \perp AD;\ CK \perp AD)$

Доказем: $S = AD \cdot BH$

.

$$\left.\begin{array}{l}
1.\ \textit{Площадь прямоугольника HBCK}: \\
\quad S_{HBCK} = S_{HBCD} + S_{\Delta DCK} \\
2.\ \textit{Площадь параллелограмма ABCD}: \\
\quad S_{ABCD} = S_{HBCD} + S_{\Delta ABH} \\
3.\ \Delta ABH = \Delta DCK \left(\begin{array}{l}\textit{по гипотенузе и острому углу: оба} \\ \textit{прямоугольные},\ \angle 1 = \angle 2 - \textit{соответственные} \\ \textit{при пересечении}\ AB \parallel CD\ \textit{секущей}\ AD, \\ AB = CD - \textit{противоположные сторогны} \\ \qquad\qquad \textit{параллелограмма}\end{array}\right)
\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}
S_{ABCD} = S_{HBCK}\ (\textit{равносоставленные четырёхугольники}) \Rightarrow \\
\Rightarrow\ S_{HBCK} = S = BC \cdot BH\ (\textit{по теореме о площади} \\
\qquad\qquad\qquad \textit{прямоугольника}) \\
BC = AD\ (\textit{противоположные стороны параллелограмма})
\end{array}\right\} \Rightarrow$$

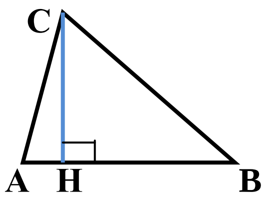
$$\Rightarrow\ S_{ABCD} = AD \cdot BH,\ \textit{ч. т. д.}$$

<u>Использование свойств площадей :</u>

1. **Равные многоугольники имеют равные площади.**
2. **Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.**
3. **Использование понятий равновеликих (имеющих равные площади) и равносоставленных (составленных из равных многоугольников) многоугольников.**

4. Площадь треугольника

Одну из сторон треугольника называют *основанием*, *высота* треугольника – *перпендикуляр,* проведенный из вершины треугольника, к прямой, содержащей противоположную сторону.

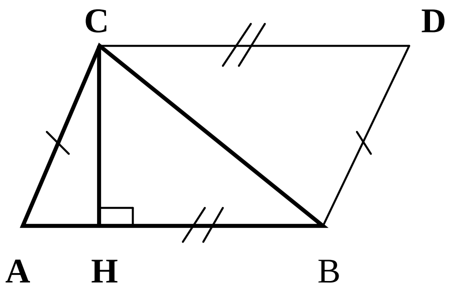


AB – основание треугольника,
CH – высота треугольника ($CH \perp AB$).

Теорема: ***Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.***

Доказательство

Пусть S – площадь треугольника ABC, CH – высота треугольника ABC ($CH \perp AB$)
Докажем :



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

Достроим треугольник ABC до параллелограмма ABCD .

$$1.\ \left.\begin{array}{l} \Delta ACB \ \text{ и } \ \Delta CBD \\ AB = CD \ (\text{противоположные стороны параллелограмма}) \\ AC = DB \ (\text{противоположные стороны параллелограмма}) \\ BC - \text{общая} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \Delta ACB = \Delta CBD \ (\text{по трем сторонам}) \Rightarrow$$

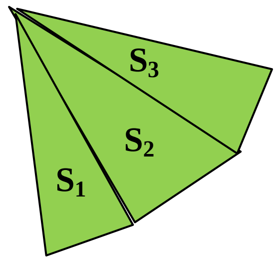
$$\Rightarrow \ S_{\Delta ACB} = S_{\Delta CBD} \ (\text{площади равных фигур равны})$$

$$2.\ \left.\begin{array}{l} S_{ACDB} = S_{\Delta ACB} + S_{\Delta CBD} \\ S_{ACDB} = 2 S_{\Delta ACB} \ \Big| : 2 \\ S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} S_{ACDB} \\ S_{ACDB} = AB \cdot CH \end{array}\right\} \Rightarrow \ S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} AB \cdot CH, \ \text{ ч. т. д.}$$

Использование свойств площадей :

1. **Равные многоугольники имеют равные площади.**
2. **Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.**
3. **Использование понятий равновеликих (имеющих равные площади) и равносоставленных (составленных из равных многоугольников) многоугольников.**

5. Площадь трапеции



Для вычисления площади произвольного многоугольника часто разбивают многоугольник на треугольники, находят площадь каждого треугольника. *Площадь данного многоугольника равна сумме площадей треугольников* (свойство площадей).

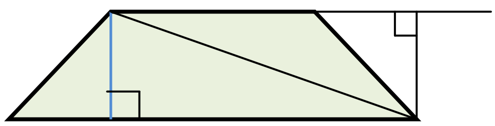
$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

<u>*Высота трапеции*</u> – перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований трапеции к прямой, содержащей другое основание.

<u>Теорема:</u> ***Площадь трапеции равна <u>произведению</u> <u>полусуммы</u> <u>её</u> <u>оснований</u> <u>на</u> <u>высоту</u>.***

Доказательство

Пусть AD и BC – основания трапеции,
BH – высота трапеции ABCD ($BH \perp AD$)
S – площадь трапеции ABCD.
Докажем :



$$S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$$

1. *Проведем диагональ BD*
2. $S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta BCD}$
3. *Проведем* $DH_1 \perp BC$ $\left(DH_1 - \text{высота трапеции}\right)$

4. $$\left.\begin{aligned} & S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BH \\ & S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DH_1 \\ & BH = DH_1 \text{ (высоты трапеции } ABCD) \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{\Delta BCD} = S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BH$$

5. $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD \cdot BH + \frac{1}{2} BC \cdot BH = \frac{1}{2} BH \cdot (AD + BC) = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$

<u>Использование свойств площадей :</u>

1. **Равные многоугольники имеют равные площади.**
2. **Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.**
3. **Использование понятий равновеликих (имеющих равные площади) и равносоставленных (составленных из равных многоугольников) многоугольников.**