**Государственное бюджетное образовательное учреждение**
**среднего профессионального образовательного**
**«Санкт-Петербургский политехнический колледж»**

# МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

для студентов I курса

***по дисциплине* «Математика»**

***Тема*: «Логарифмические уравнения»**

Разработал

Преподаватель: Е.А. Кузьменко

2012

Санкт-Петербург

## Цель практической работы

Данная практическая работа преследует следующие цели:

1) Формирование и закрепление у студентов умений и навыков решения логарифмических уравнений различными способами
2) Формирование навыков самоконтроля
3) Развитие у учащихся умственных способностей, развитие мыслительной деятельности
4) Формирование у студентов умения применять знания по данной теме на практике
5) Проконтролировать степень усвоения основных знаний, умений и навыков по данной теме

## *Задание №1*

Решить логарифмическое уравнение:

$\log_4\log_3\log_2 x=0$

Решение:
Используем свойство логарифмов $\log_a 1=0$ и запишем правую часть уравнения через $\log_4 1$, т.е. получаем

$\log_4\log_3\log_2 x= \log_4 1$; используя равенство логарифмов

$\log_a b=\log_a c$, если $b=c$

получаем

$\log_3\log_2 x=1$;

по определению логарифма

$\log_a b=x$

$a^x=b$, получаем

$3^1=\log_2 x$; т.е.

$\log_2 x=3$, следовательно по определению логарифма

$2^3=x$; т.е. $x=8$

Ответ:$x=8$

## *Задание №2*

Решить логарифмическое уравнение:

$\log_a(1+\log_b(1+\log_c(1+\log_p x)))=0$

Решение:

По свойству логарифмов $\log_a 1=0$, получаем

$a^o=1+\log_b(1+\log_c(1+\log_p x))$ т.е.

$1=1+\log_b(1+\log_c(1+\log_p x))$,

тогда

$1-1=\log_b(1+\log_c(1+\log_p x))$ т.е.

$\log_b(1+\log_c(1+\log_p x))=0$

Анологично:

$b^o=1+\log_c(1+\log_p x)$ т.е.

$1=1+\log_c(1+\log_p x)$ , тогда

$1-1=\log_c(1+\log_p x)$ т.е.

$\log_c(1+\log_p x)=0$ , следовательно

$c^o=1+\log_p x$

$1=1+\log_p x$

$1-1=\log_p x$;

$0=\log_p x$ т.е.

$\log_p x=0$ , следовательно

$p^o=x$; $1=x$; $x=1$

Ответ:$x=1$

## *Задание №3*

Решить логарифмическое уравнение:

$\log_4(2\log_3(1+\log_2(1+\log_2 x)))=\frac{1}{2}$

Решение:

По определению логарифма $\log_a b$; $a^x=b$, получаем

$4^{\frac{1}{2}}=2\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))$ т.е.

$\sqrt{4}=2\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))$

$2=2\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))$

Сократим левую и правую часть уравнения на число 2

$1=\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))$ т.е.

$\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))=1$

Применяя повторно определение логарифма, получаем

$3^1=1+\log_2(1+3\log_2 x)$ т.е.

$3-1=\log_2(1+3\log_2 x)$

$2=\log_2(1+3\log_2 x)$ т.е.

$\log_2(1+3\log_2 x)=2$

Применив определение логарифмов, получаем

$2^2=1+3\log_2 x$

$4-1=3\log_2 x$

$3=3\log_2 x$

Сократим левую и правую часть уравнения на число 3, получаем $1=\log_2 x$ т.е. $\log_2 x=1$, следовательно $2^1=x$ т.е. $x=2$

Ответ:=2

## *Задание №4*

Решить логарифмическое уравнение:

$\log_2(x+14)+\log_2(x+2)=6$

Решение:
Преобразуем левую часть уравнения, используя свойство логарифмов $\log_a b+\log_a c=\log_a b\times c$, получаем

$\log_2(x+14)\times(x+2)=6$, применим определение логарифма

$\log_a b=x$

$a^x=b$; получаем

$2^6=(x+14)(x+2)$

Раскроем скобки и возведем 2 в шестую степень, получаем

$64=x^2+2x+14x+28$

$x^2+16x+28=64$

$x^2+16x+28-64=0$

$x^2+16x-36=0$

Решим квадратное уравнение и определим его корни

$a=1$; $b=16$; $c=-36$, тогда

$$x_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

подставив значения a,b,c получаем

$$x_{1,2}=\frac{-16\mp\sqrt{256-4\times1\times(-36)}}{2\times1}=\frac{-16\mp\sqrt{256+144}}{2}$$

$$x_1=\frac{-16+\sqrt{400}}{2} \qquad x_2=\frac{-16-\sqrt{400}}{2}$$

$$x_1=\frac{-16+20}{2} \qquad x_2=\frac{-16-20}{2}$$

$$x_1=\frac{4}{2}=2 \qquad x_2=\frac{-36}{2}=-18$$

Проверим, имеют ли смысл при найденных корнях, логарифмы, данные в уравнении.
Подставим корни в первый логарифм, получаем

$\log_2(2+14)$ – имеет смысл, т.к. $(2+14)>0$

$\log_2(-18+14)$ – не имеет смысла т.к. $(-18+14)<0$

Следовательно $x=-18$ не является корнем уравнения (во второй логарифм (-18) можно уже не подставлять)

Ответ: $x=2$

## Задание №5

Решить логарифмическое уравнение:

$\log_a y+\log_a(y+5)+\log_a 0{,}02=0$

Решение:
Применим свойство логарифмов $\log_a b+\log_a c=\log_a b\times c$, тогда левая часть уравнения примет вид

$\log_a y(y+5)\times 0{,}02=0$

Используя определение логарифма $\log_a b=x;\ a^x=b$, получаем

$a^0=y(y+5)\times 0{,}02$ т.е.

$1=y(y+5)\times 0{,}02$

Раскроем скобки в правой части уравнения, получаем

$1=(y^2+5y)\times 0{,}02$

$1=\frac{1}{50}y^2+5y\times\frac{1}{50}$

$\frac{y^2}{50}+\frac{5y}{50}-1=0$

$\frac{y^2}{50}+\frac{5y}{50}-\frac{50}{50}=0$, следовательно

$\frac{y^2+5y-50}{50}=0$   $50\neq0$, следовательно $y^2+5y-50=0$. Решим

квадратное уравнение
$a=1$; $b=5$; $c=-50$

$$y_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Подставив a,b,c, получаем

$$y_{1,2}=\frac{-5\mp\sqrt{25-4\times1\times(-50)}}{2}=\frac{-5\mp\sqrt{25+200}}{2}$$ т.е.

$y_1=\frac{-5+\sqrt{225}}{2}$   $y_2=\frac{-5-\sqrt{225}}{2}$

$y_1=\frac{-5+15}{2}$   $y_2=\frac{-5-15}{2}$

$y_1=5$   $y_2=-10$

Проверим, имеет ли смысл логарифм при найденных корнях

$\log5\times(5+5)\times0{,}02$ - имеет смысл т.к. $5\times(5+5)\times0{,}02>0$

$\log(-10)(-10+5)$ – не имеет смысла т.к. $\log_a(-10)$ не существует

Следовательно x=-10 не является корнем уравнения

Ответ:y=5

Задание №6
Решить логарифмическое уравнение

$$\frac{\lg(35-x^3)}{\lg(5-x)}=3$$

Решение:
Преобразовав дробь, получаем

$lg(35-x^3)=3\times lg(5-x)$

По свойству логарифмов $log_a b^n=n\times log_a b$, получаем

$lg(35-x^3)=lg(5-x)^3$

Из равенства логарифмов получаем

$35-x^3=(5-x)^3$

Преобразуем правую часть уравнения, раскрыв куб по формуле $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3b^2a-b^3$, получаем

$35-x^3=125-3\times 25x\times 3+3x^2\times 5-x^3$

$0=125-35-75x+15x^2-x^3+x^3$

$0=90-75x+15x^2$

Сократим получившееся уравнение на 15, получим

$0=6-5x+x^2$

Решим квадратное уравнение
$a=1$; $b=-5$; $c=6$

$$x_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Подставив a, b, c, получаем

$$x_{1,2}=\frac{5\mp\sqrt{25-4\times1\times6}}{2\times1}$$

$$x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2} \qquad x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2}$$

$x_1=3$ $\qquad$ $x_2=2$

Проверим, имеют ли смысл логарифмы, при найденных корнях

$\lg(35-3^3)$ – имеет смысл т.к. $(35-3^3)>0$

$\lg(5-3)$ – имеет смысл т.к. $(5-3)>0$

Следовательно x=3 является корнем уравнения

Проверим x=2

$\lg(35-2^3)$ – имеет смысл т.к. $(35-2^3)0$

$\lg(5-2)$ – имеет смысл т.к. $(5-2)>0$, следовательно x=2 является корнем уравнения.

Ответ:x=3; x=2