

Учебно-методическая разработка

Восьмеричная и шестнадцатеричные системы счисления. «Компьютерные» системы счисления

*Жукова Ольга Юрьевна,
преподаватель информатики и ИКТ КМКК
Кронштадтского района. Санкт-Петербурга*

Место темы в разделе и в курсе «Информатика и ИКТ»
Тема «Восьмеричная и шестнадцатеричные системы счисления. «Компьютерные» системы счисления» изучается в базовом курсе информатики, в 9 классе по учебнику Л.Л.Босовой, А.Ю. Босовой в главе 1 «**Математические основы информатики**». На изучение раздела отводится 6 часов. Подробнее в последующем эта тема изучается в 10, 11-х классах.

Урок начинаем с того, что повторяем материал, пройденный на предыдущем уроке «Двоичная система счисления. Двоичная арифметика».

Уже знаем:

- Системы счисления;
- Позиционные СС;
- Основание системы счисления;
- Непозиционные СС;
- Десятичная СС;
- Развернутая форма записи числа;
- Двоичная СС;

Что узнаем на этом уроке:

- Восьмеричная система счисления;
- Шестнадцатеричная система счисления;
- Почему в компьютерах используются восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления?
- Как перевести целое число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления?

Вопрос классу: как вы думаете, если компьютерный язык состоит из двух знаков 1 и 0, как записать с помощью только этих знаков, например, 16 номеров?

(учащиеся предлагают свои варианты решения проблемы)

Теоретический материал.

Двоичная система используется в компьютерной технике, так как:

- двоичные числа представляются в компьютере с помощью простых технических элементов с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний надёжно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика наиболее проста;
- существует математический аппарат, обеспечивающий логические преобразования двоичных данных.

Двоичный код удобен для компьютера.

Человеку неудобно пользоваться длинными и однородными кодами. Специалисты заменяют двоичные коды на величины в восьмеричной или шестнадцатеричной системах счисления.

Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1}\times 8^{n-1} + a_{n-2}\times 8^{n-2} + \dots + a_0\times 8^0$$

Пример: $1063_8 = 1\times 8^3 + 0\times 8^2 + 6\times 8^1 + 3\times 8^0 = 563_{10}$.

Восьмеричная система чаще всего используется в областях, связанных с цифровыми устройствами. Характеризуется лёгким переводом восьмеричных чисел в двоичные и обратно, путём замены восьмеричных чисел на триплеты двоичных. Ранее широко использовалась в программировании и вообще компьютерной документации, однако в настоящее время почти полностью вытеснена шестнадцатеричной.

Шестнадцатеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 16.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0 = a_{n-1}\times 16^{n-1} + a_{n-2}\times 16^{n-2} + \dots + a_0\times 16^0$$

Пример: $3AF_{16} = 3\times 16^2 + 10\times 16^1 + 15\times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$.

Шестнадцатеричной система широко используется в низкоуровневом программировании и компьютерной документации, поскольку в современных компьютерах минимальной единицей памяти является 8-битный байт, значения которого удобно записывать двумя шестнадцатеричными цифрами.

Таблица записи чисел в позиционных системах счисления
(заполняем таблицу совместно с классом)

Десятичная система	Двоичная система
1	1
2	10
3	11
4	100

5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
18	10010

Как получить в любой позиционной СС число, идущее за данным (следующее)?

Для образования целого числа, следующего за любым данным целым числом, нужно продвинуть¹ самую правую цифру числа; если какая-либо цифра после продвижения стала нулем, то нужно продвинуть цифру, стоящую слева от неё.

¹ заменить на следующую по старшинству цифру

Применяя правило, заполняем таблицу чисел в 10, 2, 8, 16-ой системах счисления до конца.

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3

4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Как перевести число из 10-й СС в любую позиционную СС?

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего полученного остатка.

Напоминание: первый остаток 11_{10} в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой B_{16} .

Задания:

1. Какие целые числа следуют за числами:

- a) 1_2 ; b) 1_8 ; c) F_{16} ;
d) 1111_2 ; e) 177_8 ; f) $9AF9_{16}$;

2. Какие целые числа предшествуют числам:

- a) 1010_2 ; b) 20_8 ; c) 20_{16} ;

3. Переведите числа:

- a) $35_{10} \rightarrow ?_2$; b) $43_{10} \rightarrow ?_8$; c) $128_{10} \rightarrow ?_{16}$;

(даю время для самостоятельного выполнения заданий с применением новых знаний)

Проверяем результаты, разбираем ошибки и сложные моменты. Ответы:

1.

- a. 10_2 b. 2_8 c. 10_{16}
d. 10000_2 e. 200_8 f. $9AFA_{16}$

2.

- a. 1001_2 b. 17_8 c. $1F_{16}$

3.

- a. 100011_2 b. 60_8 c. 80_{16}

4. Сколько единиц в двоичной записи числа 1025?

- 1) 1 2) 2 3) 10 4) 11

Решение (вариант 1, прямой перевод):

- 1) переводим число 1025 в двоичную систему: $1025 = 10000000001_2$
- 2) считаем единицы, их две
- 3) Ответ: 2

Возможные проблемы:

легко запутаться при переводе больших чисел.

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

- 1) тут очень полезно знать наизусть таблицу степеней двойки, где $1024 = 2^{10}$ и $1 = 2^0$
- 2) таким образом, $1025 = 1024 + 1 = 2^{10} + 2^0$
- 3) вспоминая, как переводится число из двоичной системы в десятичную (значение каждой цифры умножается на 2 в степени, равной её разряду), понимаем, что в двоичной записи числа ровно столько единиц, сколько в приведенной сумме различных степеней двойки, то есть, 2.
- 4) Ответ: 2

Задачи для самостоятельной подготовки:

1. Какие целые числа следуют за числами:

- a. 101_2 ; b. 7_8 ; c. $1F_{16}$;
d. 111_2 ; e. 37_8 ; f. FF_{16} ;
g. 1111_2 ; h. 177_8 ; i. $9AF9_{16}$;
j. 101011_2 ; k. 7777_8 ; l. $CDEF_{16}$

2. Какие целые числа предшествуют числам:

- a. 1010_2 ; b. 20_8 ; c. 20_{16} ;
d. 1000_2 ; e. 100_8 ; f. 100_{16} ;
g. 10000_2 ; h. 110_8 ; i. $A10_{16}$;
j. 10100_2 ; k. 1000_8 ; l. 1000_{16} ;

3. Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519?

Литература и Интернет-ресурсы

1. Босова Л.Л., Босова А.Ю., Информатика и ИКТ 9 класс часть 1, М.:БИНОМ, Лаборатория знаний, 2013
2. Шауцукова Л.З., Информатика, 10-11. М.: "Просвещение", 2002 г.
3. Материалы для подготовки к ЕГЭ по информатике, сайт К. Полякова: <http://kpoluyakov.narod.ru/school/ege.htm>
4. Свободная энциклопедия Wikipedia: <https://ru.wikipedia.org>