ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$$

«семь в пятой степени»

$$7^5$$

7 – основание степени

5 – показатель степени

$$7^5 \cdot 7^3 = (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7) =$$

$$= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^8$$

$$7^5 \cdot 7 = (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot 7 =$$

$$= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$$

$$7^1 = 7$$

$$18^1 = 18$$

$$104^1 = 104$$

СТЕПЕНЬЮ ЧИСЛА a С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ n, БОЛЬШИМ 1, НАЗЫВАЕТСЯ ВЫРАЖЕНИЕ a^n, РАВНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЮ n МНОЖИТЕЛЕЙ, КАЖДЫЙ ИЗ КОТОРЫХ РАВЕН a.

СТЕПЕНЬЮ ЧИСЛА a С ПОКАЗАТЕЛЕМ 1 НАЗЫВАЕТСЯ ВЫРАЖЕНИЕ a^1, РАВНОЕ a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}, \text{ где } n \in N$$

показатель

a^n

степень

основание

«a в степени n»

«n-я степень числа a»

a^2 ← *квадрат числа a*

a^3 ← *куб числа a*

НАХОЖДЕНИЕ n-Й СТЕПЕНИ ЧИСЛА a НАЗЫВАЮТ *ВОЗВЕДЕНИЕМ В n-Ю СТЕПЕНЬ.*

ПРИМЕР 1:

Возведем число -3 в четвертую и пятую степени.

$$(-3)^4 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = 81$$

$$(-3)^5 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -243$$

- При возведении нуля в любую степень получается нуль;
- При возведении положительного числа в любую степень получается положительное число;
- При возведении отрицательного числа в степень с четным показателем получается положительное число, а при возведении отрицательного числа в степень с нечетным показателем – отрицательное число.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ

$$a^5 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^7$$

Если a – произвольное число, m и n – любые натуральные числа, то:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{m \text{ раз}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n \text{ раз}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ раз}} = a^{m+n}$$

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО СТЕПЕНИ

ЧТОБЫ *ПЕРЕМНОЖИТЬ СТЕПЕНИ С ОДИНАКОВЫМИ ОСНОВАНИЯМИ*, НАДО ОСНОВАНИЕ ОСТАВИТЬ ТЕМ ЖЕ, А ПОКАЗАТЕЛИ СТЕПЕНЕЙ СЛОЖИТЬ.

$$a^8 : a^3 = a^5$$

$$a^3 \cdot a^5 = a^8$$

Если a – произвольное число, не равное нулю, m и n – любые натуральные числа, причем m > n, то:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^{m-n} \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{m-n \text{ раз}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n \text{ раз}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m-n+n \text{ раз}} = a^m$$

ЧТОБЫ *ВЫПОЛНИТЬ ДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ОСНОВАНИЯМИ*, НАДО ОСНОВАНИЕ ОСТАВИТЬ ТЕМ ЖЕ, А ИЗ ПОКАЗАТЕЛЯ ДЕЛИМОГО ВЫЧЕСТЬ ПОКАЗАТЕЛЬ ДЕЛИТЕЛЯ.

$a^m : a^m = a^{m-m} = a^0$,
где $a \neq 0$

$a^m : a^m = 1$

$a^0 = 1$,
где $a \neq 0$

СТЕПЕНЬЮ ЧИСЛА a, ГДЕ $a \neq 0$, С НУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ НАЗЫВАЕТСЯ ВЫРАЖЕНИЕ a^0, РАВНОЕ 1.

$$5^0=1$$

$$(-6,3)^0=1$$

ВЫРАЖЕНИЕ 0^0 НЕ ИМЕЕТ СМЫСЛА!

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$,

если $a \neq 0$,

m и n – целые неотрицательные числа

ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В СТЕПЕНЬ

$$(ab)^4=(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)=(a\cdot a\cdot a\cdot a)\cdot(b\cdot b\cdot b\cdot b)=$$
$$=a^4b^4$$

Если a и b – произвольные числа и n – натуральное число, то:

$$(ab)^n=a^nb^n$$

$$(ab)^n=\underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\ldots\cdot(ab)}_{n\text{ раз}}=\underbrace{(a\cdot a\cdot\ldots\cdot a)}_{n\text{ раз}}\cdot\underbrace{(b\cdot b\cdot\ldots\cdot b)}_{n\text{ раз}}=a^nb^n$$

$$(abc)^n = a^n b^n c^n$$

$$(abcd)^n = a^n b^n c^n d^n$$

ЧТОБЫ *ВОЗВЕСТИ В СТЕПЕНЬ ПРОИЗВЕДЕНИЕ*, НУЖНО ВОЗВЕСТИ В ЭТУ СТЕПЕНЬ КАЖДЫЙ МНОЖИТЕЛЬ И РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРЕМНОЖИТЬ.

$$(a^5)^4=a^5\cdot a^5\cdot a^5\cdot a^5=a^{5+5+5+5}=a^{20}$$

Если a – произвольное число, m и n – любые натуральные числа, то:

$$(a^m)^n=a^{mn}$$

$$(a^m)^n=\underbrace{a^m\cdot a^m\cdot\ldots\cdot a^m}_{n \text{ раз}}=a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ раз}}}=a^{mn}$$

ЧТОБЫ *ВОЗВЕСТИ СТЕПЕНЬ В СТЕПЕНЬ*, НУЖНО ОСНОВАНИЕ ОСТАВИТЬ ТЕМ ЖЕ, А ПОКАЗАТЕЛИ СТЕПЕНЕЙ ПЕРЕМНОЖИТЬ.

$$\left[\frac{a}{b}\right]^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ раз}} = \frac{a^n}{b^n}$$

ЧТОБЫ *ВОЗВЕСТИ В СТЕПЕНЬ ДРОБЬ*, НУЖНО ВОЗВЕСТИ В ЭТУ СТЕПЕНЬ ЧИСЛИТЕЛЬ И ЗНАМЕНАТЕЛЬ, ПЕРВОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ЗАПИСАТЬ В ЧИСЛИТЕЛЬ, А ВТОРОЕ – В ЗНАМЕНАТЕЛЬ.

ПРИМЕР 1:

Возведем произведение $-3a^3b^2$ в шестую степень:

$$(-3a^3b^2)^6=(-3)^6\cdot(a^3)^6\cdot(b^2)^6=729a^{18}b^{12}$$

ПРИМЕР 2:

Возведем произведение $-x^4y^3z$ в третью степень:

$$(-x^4y^3z)^3 = (-1)^3 \cdot (x^4)^3 \cdot (y^3)^3 \cdot z^3 = -x^{12}y^9z^3$$

$$(ab)^n=a^nb^n$$

$$(a^m)^n=a^{mn}$$