

Применение таблиц при решении текстовых задач на ЕГЭ по математике (по материалам открытого банка заданий)

В приведенной подборке рассмотрены задачи трех видов: «на движение», «на работу», «на растворы и сплавы».

В задачах «на движение» три компонента: скорость (V), время (t) и расстояние (S), которые связаны соотношением $V \cdot t = S$, из которого можно вывести $t = \frac{S}{V}$ или $V = \frac{S}{t}$.

В задачах «на работу» также три компонента: производительность (скорость работы) P , время (t) и объем работы A , которые связаны соотношением $P \cdot t = A$

из которого можно вывести $t = \frac{A}{P}$ или $P = \frac{A}{t}$.

В задачах «на растворы и сплавы» три компонента: масса раствора (R), процентная концентрация (k) и масса вещества (W), которые связаны соотношением $\frac{R \cdot k}{100} = W$. Если понятие «процентная концентрация» (k) заменить на «массовая доля» (D), то формула примет вид $R \cdot D = W$, рассмотренный в задачах на движение и работу.

1. Задачи на движение.

1. (№ 26578) Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

1) Пусть скорость первого автомобиля равна x км/ч, тогда скорость второго автомобиля на втором этапе — $x+16$ км/ч

	V , км/ч	t , ч	S , км
1	x		
2	24		
	$x+16$		

2) Обозначим весь путь через $2S$ км, тогда половина составит S км

	V, км/ч	t, ч	S, км
1	x		2S
2	24		S
	x+16		S

3) Выразим время, затраченное на движение. Первый затратил $\frac{2S}{x}$ ч, а второй - $\frac{S}{24} + \frac{S}{x+16}$ ч

	V, км/ч	t, ч	S, км
1	x	$\frac{2S}{x}$	2S
2	24	$\frac{S}{24}$	S
	x+16	$\frac{S}{x+16}$	S

4) Время, затраченное первым, равно времени, затраченному вторым. Имеем уравнение:

$$\frac{S}{24} + \frac{S}{x+16} = \frac{2S}{x}$$

5) Умножив обе части уравнение на $24x(x+16) \neq 0$, и разделив на S, получим уравнение

$$x(x+16)+24x=48(x+16), \text{ или}$$

$$x^2-8x-48 \cdot 16=0.$$

Решив его, получим: $x_1 = -24$ и $x_2 = 32$.

6) Первый корень не удовлетворяет смыслу задачи, т.к. скорость не может быть выражена отрицательным числом.

Скорость первого автомобиля – 32 км/ч.

Ответ. 32

2.(№ 26585) Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

1) Пусть скорость течения равна x км/ч, тогда скорость моторной лодки по течению реки равна (11+x) км/ч, а против течения – (11-x) км/ч.

	V, км/ч	t, ч	S, км
Против течения	11-x		
По течению	11+x		

2) Моторная лодка прошла против течения реки 112 км, следовательно, и обратный путь составил 112 км.

	V, км/ч	t, ч	S, км
Против течения	11-x		112
По течению	11+x		112

3) Время, затраченное на путь против течения, - $\frac{112}{11-x}$ ч, а на путь по течению - $\frac{112}{11+x}$ ч.

	V, км/ч	t, ч	S, км
Против течения	11-x	$\frac{112}{11-x}$	112
По течению	11+x	$\frac{112}{11+x}$	112

4) На обратный путь затрачено на 6 ч меньше. Получим уравнение:

$$\frac{112}{11-x} - \frac{112}{11+x} = 6,$$

которое сводится к следующему

$$3x^2 + 112x - 363 = 0.$$

Корни: $-121/3$ и 3 .

Ответ. 3

3. (№ 99596) Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Решение.

1) Пусть x ч проедет каждый мотоциклист до первой встречи.

	V, км/ч	t, ч	S, км
Первый мотоциклист		x	
Второй мотоциклист		x	

2) Пусть скорость первого мотоциклиста равна y км/ч, тогда скорость второго – $(y+21)$ км/ч.

	V , км/ч	t , ч	S , км
Первый мотоциклист	y	x	
Второй мотоциклист	$y+21$	x	

3) Первый мотоциклист проехал $xу$ км, а второй – $x(y+21)$ км

	V , км/ч	t , ч	S , км
Первый мотоциклист	y	x	$xу$
Второй мотоциклист	$y+21$	x	$x(y+21)$

4) Второй мотоциклист догнал первого, значит, проехал на полкруга, т.е. на 7 км больше. Получаем уравнение

$$xу = x(y+21) - 7, \text{ решив которое найдем } x = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \text{ ч} = 20 \text{ мин}$$

Ответ. 20.

4. (№ 99608) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

	V , км/ч	t , ч	S , км
поезд	80	$\frac{x}{80} = \frac{36}{60}$	x

$$\frac{x}{80} = \frac{36}{60}$$

Корень – 800

Ответ. 800.

2. Задачи на совместный труд.

5.(№ 26592) Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Решение.

1) Каждый из двух рабочих изготовил по 110 деталей.

	Производительность труда, дет/ч	Время работы, ч	Объем выполненной работы, дет.
Первый рабочий			110
Второй рабочий			110

2) Пусть x деталей в час делает второй рабочий, тогда первый – $(x+1)$.

	Производительность труда, дет/ч	Время работы, ч	Объем выполненной работы, дет.
Первый рабочий	$x+1$		110
Второй рабочий	x		110

3) Выразим время, затраченное каждым рабочим:

первый - $\frac{110}{x+1}$ ч., а второй - $\frac{110}{x}$ ч.

	Производительность труда, дет/ч	Время работы, ч	Объем выполненной работы, дет.
Первый рабочий	$x+1$	$\frac{110}{x+1}$	110
Второй рабочий	x	$\frac{110}{x}$	110

4) Первый рабочий выполняет работу на 1 час быстрее, чем второй. Имеем уравнение

$$\frac{110}{x+1} + 1 = \frac{110}{x},$$

Решив которое получим $x=10$.

Ответ. 10.

6. (№ 26596) Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Решение.

1) Пусть объем выполненной работы равен 1. Первый выполняет этот объем за два дня, а второй – за три.

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первый рабочий		2	1
Второй рабочий		3	1
Вместе			

2) Производительность первого рабочего $-\frac{1}{2}$, а второго $-\frac{1}{3}$, производительность совместного труда $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первый рабочий	$\frac{1}{2}$	2	1
Второй рабочий	$\frac{1}{3}$	3	1
Вместе	$\frac{5}{6}$		

3) За 12 дней оба рабочих выполняют объем работы, равный $12 \cdot \frac{5}{6} = 10$

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первый рабочий	$\frac{1}{2}$	2	1
Второй рабочий	$\frac{1}{3}$	3	1
Вместе	$\frac{5}{6}$	12	10

4) Если первый рабочий затратил 2 дня на работу, равную 1, то на работу, равную 10, он затратит в 10 раз больше, т.е. 20 дней.

Ответ. 20.

7. (№ 99615) Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Решение.

1) Пусть объем бака равен 1. Первый насос наполняет его за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 60 минут.

	Производительность труда	Время работы, мин	Объем выполненной работы
Первый насос		20	1
Второй насос		30	1
Третий насос		60	1
Вместе			

2) За одну минуту первый насос наполняет $\frac{1}{20}$ часть бака, а второй - $\frac{1}{30}$ часть бака, третий - $\frac{1}{60}$ часть бака, а вместе - $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$ часть бака.

	Производительность труда	Время работы, мин	Объем выполненной работы
Первый насос	$\frac{1}{20}$	20	1
Второй насос	$\frac{1}{30}$	30	1
Третий насос	$\frac{1}{60}$	60	1
Вместе	$\frac{1}{10}$		1

3) Три насоса, работая одновременно, наполнят бак за $1: \frac{1}{10} = 10$ часов.

Ответ. 10.

8. (№ 323854) Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома

были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

Решение.

1) Пусть производительность одного рабочего равна x , тогда производительность первой бригады в первые семь дней работы равна $16x$, а второй бригады – $25x$.

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первая бригада	$16x$	7	
Вторая бригада	$25x$	7	

2) За первые семь дней первая бригада выполнит объем работы, равный $16x \cdot 7 = 112x$, а вторая $25x \cdot 7 = 175x$.

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первая бригада	$16x$	7	$112x$
Вторая бригада	$25x$	7	$175x$

3) После перехода 8 рабочих из второй бригады в первую в первой стало $16+8=24$ человека, а во второй осталось $25-8=17$ человек. Производительность первой бригады – $24x$, а второй – $17x$

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первая бригада	$24x$		
Вторая бригада	$17x$		

4) Пусть t дней бригады заканчивали работу в новом составе, тогда объем выполненной работы первой бригадой составил $24x \cdot t$, а объем работы, выполненной второй бригадой – $17x \cdot t$.

	Производительность труда	Время работы, дни	Объем выполненной работы
Первая бригада	24x	t	24xt
Вторая бригада	17x	t	17xt

5) За все время первая бригада выполнила $112x+24xt$, а вторая – $175x+17xt$. Оба дома были построены одновременно. Имеем уравнение

$$112x+24xt=175x+17xt,$$

Откуда, $t=9$ часов.

Ответ. 9.

3. Задачи на растворы и сплавы.

9.(№ 99571) В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

1) Заполним некоторые ячейки в таблице. В сосуде было 5 л раствора, процентная концентрация которого равна 12. Добавили 7 л воды, процентная концентрация которого равна 0.

	Масса раствора, л	Процентная концентрация, %	Масса вещества, л
Было	5	12	
Добавили	7	0	
Стало			

2) Вычислим массу вещества в сосуде: $\frac{5 \cdot 12}{100} = 0,6$ л. Добавили 0 л вещества

	Масса раствора, л	Процентная концентрация, %	Масса вещества, л
Было	5	12	0,6
Добавили	7	0	0
Стало			

3) После добавления масса раствора стала $7+5=12$ л, масса вещества $0,6+0=0,6$ л.

	Масса раствора, л	Процентная концентрация, %	Масса вещества, л
Было	5	12	0,6
Добавили	7	0	0
Стало	12	?	0,6

4) Вычислим процентную концентрацию получившегося раствора

$$\frac{0,6}{12} \cdot 100\% = 5\%$$

Ответ. 5.

10.(№ 99574) Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

Решение.

1) Заполним некоторые ячейки в таблице. Масса раствора изюма – 20 кг, процентное содержание изюма равно $100-5=95\%$, а винограда $-(100-90=10\%)$

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Виноград		10	
Изюм	20	95	

2) Находим массу вещества (винограда) в растворе изюма

$$\frac{20 \cdot 95}{100} = 19 \text{ кг. Такая же масса вещества (винограда) в растворе винограда.}$$

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Виноград	x	10	19
Изюм	20	95	19

3) Найдем массу раствора винограда

$$10 = \frac{19}{x} \cdot 100. \quad x = 190 \text{ кг}$$

Ответ. 190.

11.(№ 99575) Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Решение.

1) Заполним некоторые ячейки в таблице. Процентная концентрация первого сплава равна 10%, второго – 30%, третьего -25%. Масса третьего сплава равна 200 кг.

	Масса сплава, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый сплав		10	
Второй сплав		30	
Третий сплав	200	25	

2) Пусть масса первого сплава равна x кг, тогда масса второго равна $200-x$ кг.

	Масса сплава, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый сплав	x	10	
Второй сплав	$200-x$	30	
Третий сплав	200	25	

3) Масса вещества (никеля) в каждом сплаве такова:

В первом – $0,1x$ кг, во втором – $0,3(200-x)$ кг, а в третьем – $0,25 \cdot 200 = 50$ кг

	Масса сплава, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый сплав	x	10	$0,1x$
Второй сплав	$200-x$	30	$0,3(200-x)$
Третий сплав	200	25	50

4) Получим уравнение

$$0,1x + 0,3(200-x) = 50,$$

Откуда $x = 50$

5) Значит, масса первого сплава равна 50 кг, масса второго сплава равна $200 - 50 = 150$ кг, а масса первого сплава меньше массы второго на $150 - 50 = 100$ кг

Ответ. 100.

12.(№ 99577) Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение.

1) Заполним некоторые ячейки в первой таблице.

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый раствор		30	
Второй раствор		60	
Вода	10	0	10
Третий раствор		36	

2) Пусть масса первого раствора равна x кг, а второго – y кг

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый раствор	x	30	
Второй раствор	y	60	
Вода	10	0	10
Третий раствор		36	

3) Масса третьего раствора составит $x+y+10$ кг. Масса вещества в первом растворе - $0,3x$ кг, во втором – $0,6y$ кг, а в третьем – $0,3x+0,6y+10$

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый раствор	x	30	$0,3x$
Второй раствор	y	60	$0,6y$
Вода	10	0	10
Третий раствор	$x+y+10$	36	$0,3x+0,6y+10$

4) Из последней строки таблицы получим первое уравнение

$$0,36(x+y+10)=0,3x+0,6y+10$$

5) Заполним некоторые ячейки во второй таблице.

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый раствор	x	30	
Второй раствор	y	60	
Третий раствор	10	50	
Четвертый раствор		41	

6) Масса третьего раствора составит $x+y+10$ кг. Масса вещества в первом растворе

$0,3x$ кг, во втором – $0,6y$ кг, в третьем – $0,5 \cdot 10=5$ кг, а в четвертом - $0,3x+0,6y+5$

	Масса раствора, кг	Процентная концентрация, %	Масса вещества, кг
Первый раствор	x	30	$0,3x$
Второй раствор	y	60	$0,6y$
Третий раствор	10	50	5
Четвертый раствор	$x+y+10$	41	$0,3x+0,6y+5$

7) Из последней строки таблицы получим второе уравнение

$$0,41(x+y+10)=0,3x+0,6y+5$$

8) Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 0,36(x+y+10) = 0,3x + 0,6y + 10 \\ 0,41(x+y+10) = 0,3x + 0,6y + 5 \end{cases}$$

$$x=60, y=30.$$

Ответ. 60.