

**Конспект урока по алгебре и началам анализа  
для учащихся 11 класса**

**Применение производной для отыскания наибольших  
и наименьших значений величин**

*Бабичева Галина Николаевна,  
учитель математики высшей категории, методист,  
ГБОУ лицей № 623 им.И.П. Павлова  
Выборгского района Санкт-Петербурге,*

Современному учителю часто приходится решать задачу повышения интереса учащихся к учебному предмету, поэтому проведение лабораторных работ по математике является с одной стороны актуальной темой для современного образования, с другой - неотъемлемой частью восприятия целостности окружающего мира учащимися.

Конспект урока

Тема урока «Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин».

Учебный предмет: алгебра и начала анализа (автор Ш.А. Алимов).

Класс: 11.

Учебно-методическое пособие для учащихся: учебник Ш.А. Алимов. Алгебра и начала математического анализа 10 - 11. / Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др. - М.: Просвещение, 2012 г./

Цели урока:

1) обучающие

- научить вычислять размеры индивидуальной пирамиды, оказывающей оздоравливающий эффект на организм человека;
- научить применять производную функции для отыскания наибольшего и наименьшего значения данной функции на соответствующем числовом промежутке.
- научить выявлять наличие «Золотого сечения» в окружающем нас мире живой и неживой природы (  $\Phi = 1,618$  при округлении до тысячных долей или до десятых долей  $\Phi = 1,6$  )

- показать связь математики с жизнью по теме «Применение производной к исследованию функций», интеграцию содержания образования алгебры с геометрией, с архитектурой, с биологией, с историей, с географией, с химией по данной теме.

- обобщить цикл лабораторных работ для учащихся 6-11 классов, посвященных «Золотому сечению» в фигуре человека, в физических характеристиках жизнедеятельности и здоровья человека, в окружающем нас мире, в архитектуре, в макро и микромире, других учебных предметах и т. д.

## 2) развивающие

- развивать целеустремлённость в решении различных задач;
- развивать целостное представление о мироздании;
- развивать творчество учащихся;
- развивать интерес к предмету математика;
- развивать исследовательские навыки учащихся;

## 3) воспитывающие

- воспитать математическую культуру учащихся;
- воспитание здорового образа жизни учащихся, заботы о собственном здоровье;
- помочь учащимся ощущать себя комфортно в окружающем нас мире, в гармонии с пространством;

Методы обучения:

- проблемный метод обучения;
- групповой метод работы (по 2 или 4 человека или индивидуально).

Оборудование урока:

математический пенал, тетрадь, микрокалькулятор, измерительная лента (метр), проволока и пластилин для скрепления ребер пирамиды в ее вершинах, ноутбук со слайд-шоу о «Золотом сечении» (по желанию учителя), план работы для каждой группы учащихся.

Форма проведения урока: лабораторная работа.

Время проведения: 1 урок.

Планирование этапов урока по времени:

№ этапа	Название этапа	Планируемое время
1	Организационный момент	1 минута

2	Запись домашнего задания	2 минуты
3	Введение	10 минут
4	1 часть лабораторной работы	20 минут
5	2 часть лабораторной работы	10 минут
6	Сдача тетрадей вместе с каркасами многогранников	2 минуты

Оформление доски: запись домашнего задания и темы урока.

Подготовка кабинета: каждой группе учащихся выдаются план работы и материал для создания пирамиды (проволока и пластилин).

План урока.

1. Организационный момент.
2. Запись домашнего задания.

Построить из проволоки каркас индивидуальной 4-х угольной правильной пирамиды, содержащей «Золотое сечение», указав выбранный масштаб, записав все измерения и вычисления в тетради.

Ход лабораторной работы:

3. Введение

I часть:

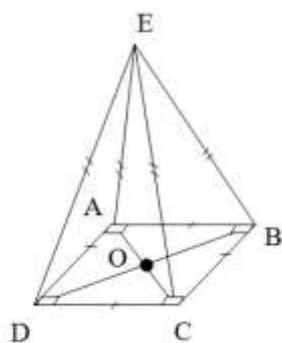
Цель: построить из проволоки каркас индивидуальной правильной, 4-х угольной пирамиды, выполненный в масштабе, выбранном вами. Размеры пирамиды должны содержать «Золотое сечение».

II часть:

Цель: из проволоки данной длины построить пирамиду\* наибольшего объема; выяснить, соблюдается ли в ней условие «Золотого сечения».

(\* пирамида должна быть правильной, 4-х угольной пирамидой).

Немного истории...



ЕАВСD- правильная четырехугольная пирамида, ЕО- высота пирамиды.

Условие «Золотого сечения»:  $DC/EO=d\approx 1,618\dots$

На протяжении многих веков пирамиды заставляли человечество размышлять о вопросах бытия, о вере в Высший разум, силу человеческого духа. Они укрепляли религиозные представления древних, поражали своим величием последующие поколения и приоткрывали нам мир, в котором жили и развивались предыдущие численные попытки исследования, открытия и гипотезы относительно этих сооружений, они продолжают хранить множество загадок и дают ученым пищу для новых поисков. Почему разными народами в Египте, Индии, Северной и Южной Америки, на островах Индонезии главными сооружениями были именно пирамиды? Каким образом и при использовании каких технических средств они были построены? Кто придумал пирамиды и зачем? В Египте насчитывается более 100 сооружений подобного типа, начиная от первой пирамиды фараона Джосера (ок. 2600г. до н.э.) до последней пирамиды, построенной фараоном Хинджером (XIV династия). Всемирно известный комплекс пирамид в Гизе с его главной достопримечательностью пирамидой фараона Хеопса будоражит умы многих исследователей. Существует много версий ее строительства и функционального применения, но не одна из них не доказана окончательно.

Научный и познавательный интерес представляют пропорции, по которым построены пирамиды – это пропорции «Золотого сечения»

«Золотым сечением» или «Божественной пропорцией» называли математики древности и средневековья деление отрезка, при котором длина всего отрезка так относится к его большей части, как длина большей части относится к меньшей части.



$$AC/BC=BC/AB= \Phi \approx 1,618\dots$$

$$BC/AC=AB/BC=1/\Phi = \phi \approx 0,618$$

В египетской пирамиде «Золотое сечение» присутствует в качестве следующих отношений:

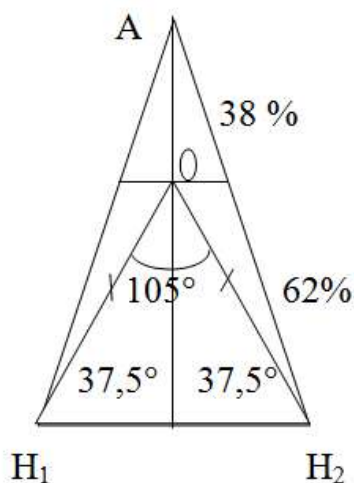
- стороны квадрата основания к высоте пирамиды;
- суммы площадей боковых граней и основания к площади боковых граней;
- стороны куба к радиусу шара, вписанных в пирамиду (при этом сумма стороны куба и радиуса шара равны высоте пирамиды).

Золотая пропорция была обнаружена во многих явлениях физической и биологической природы. Пропорции тела человека это в основном «Золотое сечение». Физиологические системы человека в оптимальном варианте работают так же по принципу «Золотого сечения». Это отношения:

- систолического давления к диастолическому;
- площади эритроцита к его объему;
- объема эритроцита к объему воды в эритроците;
- содержания эритроцитов к лейкоцитам и тромбоцитам;
- структура молекул воды ( $H_2O$ ) – основа жизни на Земле – соответствует «Золотому сечению».

Молекула воды имеет форму равнобедренного треугольника.

$H_1H_2/OH_1 = H_1H_2/OH_2 \approx 1,618\dots$  («Золотое сечение»).

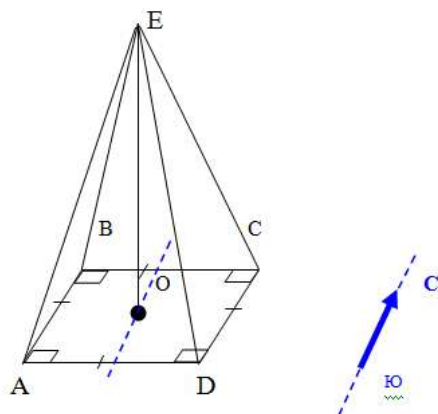


Две точки – основания пирамиды третья точка – пересечение высоты пирамиды и линии уровня золотого сечения в её теле. Отношение объема фигуры  $H_1OH_2 \approx 62\%$  (оптимальный объем воды в теле человека) к объему  $OH_1AH_2 \approx 38\%$  соответствует «Золотому сечению». Этим показана взаимосвязь пирамидальной структуры молекулы воды (основы жизни). Нарушенные в результате загрязнений окружающей среды связи биологической структуры воды будут нормализоваться к первоначальному состоянию, приводя все системы организма тоже к оптимальному состоянию.

Учеными установлено, что после непродолжительного (15-20 минут) пребывания в 4-х угольной правильной пирамиде, содержащей «Золотое сечение», улучшается физическое состояние человека, улучшается его формула крови, нормализуется артериальное давление человека и т. д.

В настоящее время пирамидами, аналогичными египетским, являются пирамиды в г. Сочи; в г. Ростов-на-Дону и в Крыму в Евпатории. Может быть, кто-нибудь в своей дальнейшей жизни построит индивидуальную пирамиду в

натуральную величину, заинтересовавшись её оздоравливающим эффектом, учтите, что на местности ее положение должно соответствовать частям света.



### 5. Первая часть:

1. измерить рост 1 участника группы;
2. увеличить полученный результат на 30 см, чтобы голова участника не упиралась в самую верхнюю точку пирамиды. Получим высоту будущей пирамиды;
3. расчет стороны основания пирамиды, учитывающей условие «Золотого сечения»

$$a/h=1.618... ; a= 1,618h$$

4. вычисление суммы длин всех ребер правильной, 4-х угольной пирамиды;

$$1) AC=a\sqrt{2} \text{ (ABCD- квадрат)}$$

$$2) OA=(a\sqrt{2})/2=(1,618h\sqrt{2})/2=0,809h\sqrt{2}$$

$$3) AE=\sqrt{h^2+(0,809h\sqrt{2})^2}=\sqrt{2,308h^2}\approx 1,52h$$

$$4) \Sigma_{\text{длин ребер}}=1,52h*4+4a=6,08h+4*1,618h = 6,08h+6,472h=12,552h\approx 12,6h$$

$$5) L=12,6h; h=L/12,6;$$

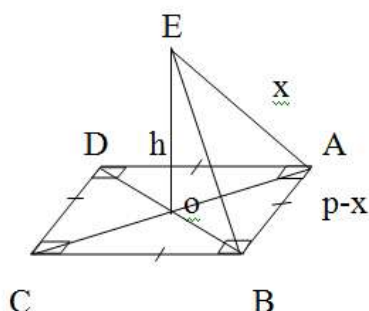
6) нахождение масштаба каркаса;

7) изготовление каркаса индивидуальной правильной 4-х угольной пирамиды, выполненной в выбранном масштабе.

### 6. Вторая часть

1. Измерить длину проволоки «L»  $L=4p$ .
2. Пусть  $x$ (см) – боковое ребро будущей пирамиды;  $x \in (0;p)$ , тогда сторона основания  $a=(4p-4x)/4=p-x$ .

$$3. \quad h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{p-x}{2}\right)^2} = \sqrt{(x^2 + 2px - p^2)/2}$$



$$4. \quad V(x) = 1/3 h * S_{\text{основания}}$$

$V(x) = 1/3 \sqrt{(x^2 + 2px - p^2)/2} * (p-x)^2$ . Создание функции  $y = V(x)$  - объема пирамиды, зависимой от бокового ребра.

5. Исследование функции  $y = V(x)$  на экстремум.
6. Нахождение бокового ребра  $x$  (с микрокалькулятором).
7. Нахождение стороны основания (с микрокалькулятором).
8. Создание каркаса пирамиды.
9. Проверка соблюдения условия «Золотого сечения» в созданной пирамиде.
10. Сделать вывод.

### Итог урока.

Учащиеся сдают от каждой группы по 1 тетради и каркасы построенных многогранников.

### Методические рекомендации.

1. Учитель по своему усмотрению может провести данный урок на предметной неделе в школе или на неделе презентации кафедры точных наук или при обобщающем повторении в конце года.
2. Учитель, учитывая уровень класса, может затратить на эту лабораторную работу не 1 урок, а 2 урока.
3. Учитель может подготовить этап «Введение» с помощью слайд-шоу на компьютере.
4. Данная лабораторная работа является заключительной в цикле лабораторных работ, разработанных учителем и посвященных «Золотому сечению», для учащихся 6-11 классов, поэтому вопрос о совместимости учащихся одной группы друг по отношению к другу не стоит.

5. Целесообразно разбивать класс на группы по 4 человека.
6. При выполнении вычислений можно пользоваться микрокалькулятором, если  $\Phi \approx 1,618$  и без микрокалькулятора, если  $\Phi \approx 1,6$  (условие «Золотого сечения»).
7. Если в группе 4 человека, то помощь в измерениях оказывают учащиеся друг другу, а затем каждый может работать над своей частью лабораторной работы, при этом оформляется только 1 тетрадь от группы.