Методическая разработка по алгебре (8 класс)

ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Амосова Галина Владимировна,
учитель математики и информатики
ГБОУ СОШ № 2 Василеостровского района
Санкт-Петербурга

«Метод решения хорош, если с самого начала
мы можем предвидеть – и далее подтвердить это, -
что, следуя этому методу, мы достигнем цели».

Г. Лейбниц

Конспект урока

Предмет: Алгебра

Класс: 8

Учитель: Амосова Галина Владимировна

Учебник: Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений/ Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013

Тема урока: Формула корней квадратного уравнения.

Тип урока: Урок освоения новых знаний (Урок первичного предъявления новых знаний и универсальных учебных действий).

Цели:

1. Осмысление усвоенных знаний;
2. Первичное усвоение новых предметных универсальных учебных действий;
3. Выработка умений применять знания в другой ситуации.
4. Обеспечить возможность и создать условия для более глубокого изучения данной темы для желающих.

Задачи:

1. Образовательная: Знакомство учащихся с понятием и формулой дискриминанта, с формулой корней квадратного уравнения, выявление зависимости количества корней квадратного уравнения от значения

дискриминанта. Формирование первичных навыков решения квадратных уравнений с использованием формулы корней квадратного уравнения.

2. Развивающая: Развитие речи при введении новых понятий, развитие мышления, умения анализировать, систематизировать, обобщать, делать выводы.
3. Воспитательная: Воспитание умения учиться, дисциплинированности, собранности, умения слушать собеседника, задавать вопросы, работать в группе, оценивать деятельность других.

Методы обучения:

1. По источнику знаний: словесный, наглядный, практический;
2. По характеру познавательной деятельности: проблемно - поисковый.

Формы организации урока: фронтальная, самостоятельная, групповая.

Оборудование и источники знаний: проектор, учебник, тетрадь, карточки с заданиями и опорными конспектами для заполнения на уроке, карточки с домашним заданием, интеллект – карты, доклады учащихся об исторических фактах, относящихся к данной теме.

Ход урока

1. Организационный момент (подготовка к уроку, приветствие).
2. Проверка домашнего задания. Мотивация учебной деятельности учащихся.
3. Актуализация знаний. Формулировка темы урока и целей (желательно учащимися).
4. Первичное освоение новых знаний.
5. Первичная проверка освоения новых знаний.
6. Первичное закрепление.
7. Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению.
8. Итоги урока. Рефлексия.

Ход урока

Учитель и учащиеся приветствует друг друга. Учитель в начале урока узнает у учащихся, возникли ли какие – то трудности при выполнении домашнего урока и предлагает учащимся взять простые карандаши и проверить домашнее задание, которое было выдано на предыдущем уроке, оценить свою работу по пятибалльной системе.

Домашнее задание к уроку носило пропедевтический характер:

1). Задание на повторение формул сокращенного умножения (формул квадрата суммы и квадрата разности):

а). Заполните пропуски (название формул):

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ - ____

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ - ____

б). Выясните, верно ли применены формулы (впишите «верно», «неверно»)?

Учитель во время проверки просит некоторых учащихся объяснить в неверных заданиях, что неверно.

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 36$ (_________________)

$(a + 7)^2 = a^2 + 7a + 49$ (_________________)

$(y - 9)^2 = y^2 - 18y - 81$ (_________________)

$(c + 11)^2 = x^2 + 11 + 121$ (_________________)

$(в - 8)^2 = в^2 - 16в + 64$ (_________________)

в). Примените к заданиям одну из формул из пункта а:

$(x + 12)^2 =$ ________________________

$(y - 25)^2 =$ ________________________

$x^2 + 20x + 100 =$ ____________________

$y^2 - 26y + 169 =$ _____________________

2). Заполните пропуски:

а). Квадратным уравнением называется уравнение вида __________________, где х - __________________, а, в и с - _________________, причем ________.

б). Числа а, в и с в квадратном уравнении называются____________________.

Число а называется ______________________, число в - __________________

и число с - ____________________________.

в). Квадратное уравнение, в котором коэффициент при ____ равен _____, называется приведенным квадратным уравнением.

г). Если в квадратном уравнении $ax^2 + вx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов ___ или ___ равен нулю, то такое уравнение называется _____________ квадратным уравнением.

3). К какому виду относятся следующие квадратные уравнения:

1. $x^2 + 3x - 10 = 0$
2. $x^2 - 19 = 0$
3. $x^2 + 5x = 0$ ______________________________________
4. $x^2 - 9x - 27 = 0$ (укажите вид квадратных уравнений)
5. $x^2 = 0$

6. $x^2 - 17x + 21 = 0$

Заполните таблицу коэффициентов для этих уравнений:

№	а	в	с
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Перечислите номера квадратных уравнений, которые являются неполными квадратными уравнениями _______________.

Определить, к какому каждое из них типу относится:

$ax^2 + c = 0$, где $a \neq 0$, $c \neq 0$	
$ax^2 + вx = 0$, где $a \neq 0$, $в \neq 0$	
$ax^2 = 0$, где $a \neq 0$	

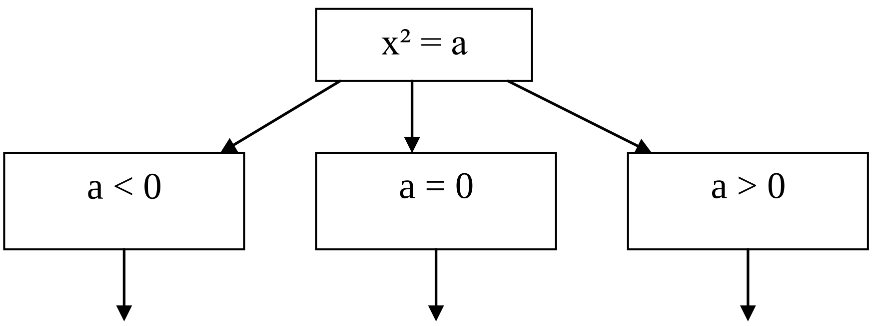
4). Занесите ответы к уравнениям в таблицу:

а). $x^2 = 9$ в). $x^2 = 0$ д). $x^2 = -25$

б). $x^2 = 3$ г). $x^2 = -16$ е). $x^2 = 121$

а	б	в	г	д	е

Эти уравнения являются уравнениями вида $x^2 = a$. Установите зависимость количества корней квадратных уравнений (а – е) от значения а:



Имеет _________ корней	Имеет _________ корней	Имеет _________ корней

5). Определите корни уравнения:
а). $9x^2 - 16 = 0$
б). $-x^2 + 5 = 0$
в). $-0{,}01x^2 + 100 = 0$
г). $y^2 - \frac{1}{4} = 0$
д). $7v^2 + 28 = 0$
е). $5m^2 - 1 = 0$

Все домашние задания имеют номер от 1 до 3, этот номер будет использоваться при распределении учащихся по группам в дальнейшем.

Учитель предлагает учащимся решить в тетради следующие квадратные уравнения:
$7x^2 - 6x = 0$
$7x^2 + 1 = 0$
$7x^2 - 1 = 0$
$7x^2 - 6x - 1 = 0$

Учащиеся сообщают учителю, что они не обладают достаточными знаниями для решения последнего уравнения. Выясняют, что последнее уравнение является полным квадратным уравнением, у которого все коэффициенты а, в и с не равны нулю. Учащиеся обладают сформированными универсальными учебными действиями, позволяющими им решать только неполные квадратные уравнения. Возникает проблема в нахождении корней полного квадратного уравнения.

Учащиеся формулируют цель урока − найти способ решения квадратных уравнений, у которых оба коэффициента при неизвестных и свободный член отличны от нуля. Учитель предлагает учащимся один из способов решения полного квадратного уравнения. Учащиеся видят его в первом столбце таблицы (опорный конспект урока).

Способ (частный случай)	Способ (общий случай)
$7x^2 - 6x - 1 = 0$ $x^2 - \frac{6}{7}x - \frac{1}{7} = 0$ $x^2 - 2\cdot\frac{3}{7}x + \left(\frac{3}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2 - \frac{1}{7} = 0$ $x^2 - 2\cdot\frac{3}{7}x + \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \frac{1}{7}$ $\left(x - \underline{3}\right)^2 = \underline{16}$	$ax^2 + вx + c = 0$ $x^2 + \frac{в}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ $x^2 + 2\cdot\frac{в}{2a}\cdot x + \left(\frac{в}{2a}\right)^2 - \left(\frac{в}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$ $\left(x + \underline{в}\right)^2 = \underline{в^2} - \underline{c}$ или $\left(x + \underline{в}\right)^2 = \underline{в^2 - 4ac}$

7 49 $x - \frac{3}{7} = -\sqrt{\frac{16}{49}}$ или $x - \frac{3}{7} = \sqrt{\frac{16}{49}}$ $x - \frac{3}{7} = -\frac{4}{7}$ или $x - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ $x = -\frac{1}{7}$ или $x = 1$ Уравнение имеет 2 корня: $-\frac{1}{7}$ и 1. Такой способ решения уравнений называют ____________________ _______________________________. Согласны ли Вы с тем, что такой способ достаточно громоздкий? ______________________________ Вывод (что надо делать?):__________ __________________________________ __________________________________	2а 4а² а 2а 4а² От чего зависит знак этой дроби, если $4x^2 > 0$?_________________________ ________________________________ Это выражение называется дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + вx + c = 0$ и обозначается D.

Учащиеся вместе с учителем записывают:

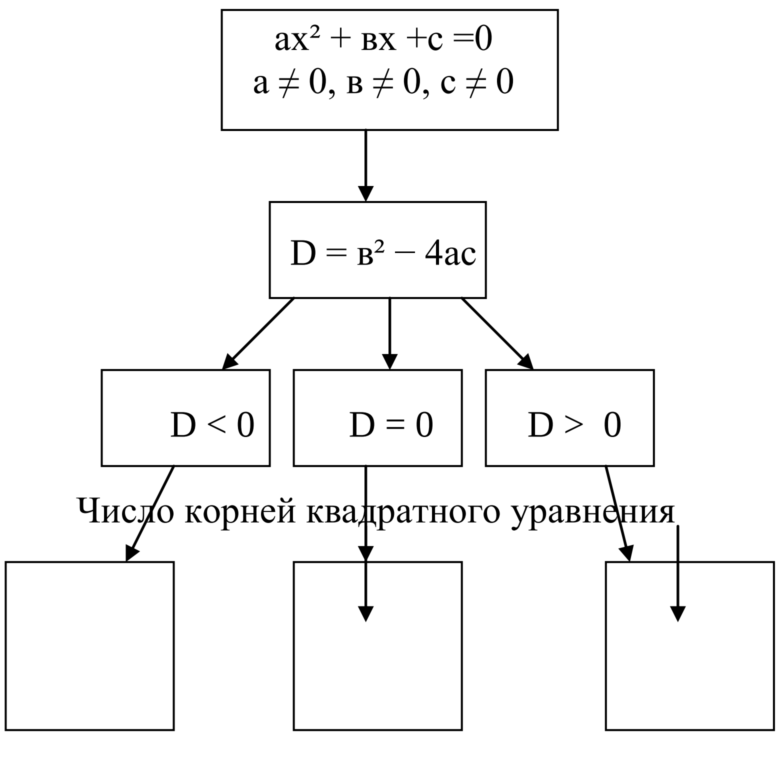
$aх^2 + вх + с = 0$

D − дискриминант

$D = в^2 - 4ac$

Учащимся предлагается послушать доклад одноклассника о дискриминанте с сопроводительной презентацией.

Учитель предлагает провести мини − исследования в группах относительно количества корней квадратного уравнения и значения D (см. задание 4 из домашней работы) и оформить ответ в виде схемы:



Также учащимся предлагается в группах применить результаты своих исследований к конкретным уравнениям.

Задание: Даны уравнения. Для каждого из них заполнить таблицу:

1. $2x^2 + x + 67 = 0$ 2. $9x^2 + 6x + 1 = 0$ 3. $14x^2 - 5x - 1 = 0$

№	а	в	с	D	Число корней
1					
2					
3					

Учитель предлагает рассмотреть с учащимися различные случаи в зависимости от значения D (запись в тетрадь). Для этого запишем уравнение в виде:

$$\left(x + \frac{в}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$$

1). Если $D < 0$, то значение дроби $\frac{D}{4a^2}$ отрицательно и поэтому уравнение $\left(x + \frac{в}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$, а следовательно, и уравнение $ax^2 + вx + c = 0$ не имеет корней.

2). Если $D = 0$, то уравнение $\left(x + \frac{в}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ примет вид:

$$\left(x + \frac{в}{2a}\right)^2 = 0.$$

Отсюда, $x + \frac{в}{2a} = 0$,

$$x = -\frac{в}{2a}.$$

3). Если $D > 0$, то

$$x + \frac{в}{2a} = -\sqrt{\frac{D}{4a^2}} \quad \text{или} \quad x + \frac{в}{2a} = \sqrt{\frac{D}{4a^2}}$$

$$x + \frac{в}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a} \quad \text{или} \quad x + \frac{в}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = -\frac{в}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a} \quad \text{или} \quad x = -\frac{в}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-в - \sqrt{D}}{2a} \quad \text{или} \quad x = \frac{-в + \sqrt{D}}{2a}$$

Учащиеся заканчивают заполнение предыдущей схемы.

Для группового обсуждения учитель предлагает дать тему урока, разработать алгоритм решения квадратного уравнения $ax^2 + вx + c = 0$, где оба коэффициента при неизвестных и свободный член отличны от нуля и воспользоваться своим алгоритмом при решении уравнений:

1. $2x^2 + x + 67 = 0$
2. $y^2 - 12y + 36 = 0$
3. $3x^2 - 7x + 4 = 0$

Подводятся итоги урока, обсуждается порядок действий при решении квадратных уравнений по формуле, оценивается деятельность учащихся, достигнуты ли цели урока.

Учащимся задается домашнее задание, содержащего задания разного уровня сложности и дополнить интеллект – карту новыми понятиями: параграф 8, пункт 22

Вариант А

1. Вычеркните лишнее:

1. $2x^2 + 7x - 3 = 0$ $5x - 7 = 0$ $-x^2 - 5x - 1 = 0$	2. $\frac{2}{x^2} + 3x + 4 = 0$ $7x^2 + 5x = 0$ $4x^2 - 3x - 1 = 0$	3. $x^2 - 3x + 5 = 0$ $-x^2 - 7x - 1 = 0$ $y = x^2 - 2x - 8$
4. $3x^2 - 8x + 4 = 0$ $y = -2x^2 + 7x - 3$ $2x^2 - 9 = 0$	5. $x^2 - 7x - 9$ $9x^2 + 13x + 4 = 0$ $7x - 3x^2 - 4 = 0$	

2. Выпишите коэффициенты каждого уравнения из задания 1.
3. Необходимо, в одном из уравнений, где $а \neq 0$, $в \neq 0$, $с \neq 0$, из каждой группы вычислить дискриминант и выяснить количество корней.

Вариант Б

1. Составьте квадратные уравнения, если известны их коэффициенты:
   - $а = 3$, $в = 8$, $с = 2$
   - $а = 1$, $в = 0$, $с = -1$
   - $а = 5$, $в = 0$, $с = -3$
2. Заполните пропуски так, чтобы выражение можно было представить в виде квадрата двучлена:

   $x^2 + 8x + \ldots$

   $x^2 - 18x + \ldots$

   $y^2 - 5y + \ldots$
3. Найдите корни квадратного уравнения двумя способами:

   $2x^2 - 7x - 74 = 0$

Вариант В

1. Заполните пропуски:

1. $x^2 + 4x - 1 = x^2 + 2 \cdot 2x + \_\_\_ - \_\_\_ - 1 = (x + \_\_\_)^2 - \_\_\_$
2. $m^2 - 6m + 15 = m^2 - 2 \cdot 3m + \_\_\_ - \_\_\_ + 15 = (m - \_\_\_)^2 + \_\_\_$

3. $p^2 - 7p - 10 = p^2 - 2 \cdot 3{,}5p + \_\_\_ - \_\_\_ - 10 = (p - \_\_\_)^2 - \_\_\_$

2. Найдите корни квадратного уравнения двумя способами:

$x^2 - 7x + 10 = 0$

4. Найдите корни квадратных уравнений удобным для Вас способом:

   $x^2 – 22x – 23 = 0$

   $y^2 – 10y – 25 = 0$